

TINJAUAN ANALISIS DISTRIBUSI TEGANGAN PADA KONDISI ELASTO PLASTIS SAMBUNGAN BALOK-KOLOM DENGAN PEMODELAN SUATU STRUKTUR

Sudirman Indra

Dosen Teknik Sipil FTSP ITN Malang

ABSTRAKSI

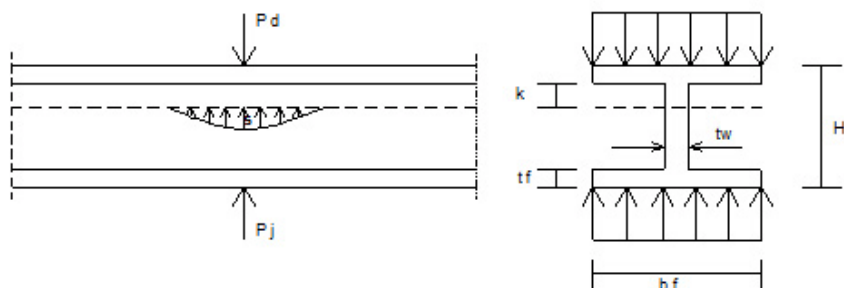
Tulisan ini menyajikan suatu analisis distribusi tegangan yang terjadi pada badan balok akibat beban luar yang diberikan secara bertahap, sehingga dapat dievaluasi beban batas elastis dan beban batas plastis pada struktur. Analisis dilakukan dengan numerik berdasarkan metode pemodelan. Tinjauan dibatasi pada aplikasi perencanaan balok-kolom terhadap beberapa kondisi kasus pembebanan, baik akibat beban terpusat maupun akibat momen yang diuraikan menjadi gaya tarik dan gaya tekan. Hal ini dilakukan dengan membuat suatu pemodelan analisis yang didekati dengan teori dasar dari Winkler, yaitu balok di atas perletakan elastis dengan suatu anggapan model analisis sayap bagian atas dianggap sebagai balok dan badan balok dianggap sebagai tanah yang digambarkan sebagai pegas-pegas. Perhitungan dilakukan dalam personal computer (PC) IBM Compatible.

Kata Kunci: Elasto-Plastis, Balok-Kolom, Pemodelan Struktur.

PENDAHULUAN

Dalam konstruksi baja perencanaan sambungan merupakan aspek yang sangat penting. Agar terjamin adanya penyaluran gaya-gaya yang baik dari satu elemen ke elemen yang lainnya, maka perlu dipahami keadaan fungsi dari masing-masing bagian yang tersambung tersebut. Pada beberapa jenis sambungan sering dijumpai bentuk geometris yang menyebabkan terjadinya konsentrasi tegangan dan hal ini dapat mengurangi kekuatan dari sambungan itu sendiri.

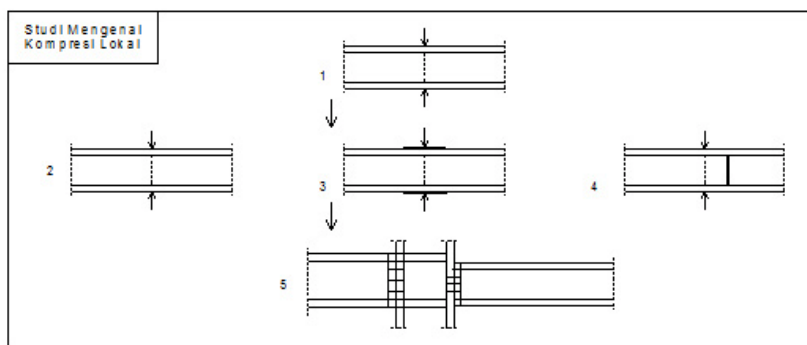
Dalam kaitannya dengan hal tersebut di atas, maka dalam tulisan ini akan dibahas aspek konsentrasi tegangan yang akan terjadi pada plat badan dari profil baja tipe H, produk Krakatau Steel, akibat beban terpusat dan momen yang bekerja sebidang dengan pelat badan tersebut sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1. Analisa tegangan yang terjadi dilakukan untuk keadaan elasto-plastis dengan memodelkan pelat sayap profil sebagai balok terdekat di atas medium alasio-plastis (sebagai model dari plat badan profil).



Gambar 1.
Momen pada plat badan profil

Pengetahuan mengenai distribusi tegangan dari model ini selanjutnya dapat diterapkan pada perencanaan sambungan antara balok dan kolom seperti diperlihatkan pada aliran diagram Gambar 2.

Dengan analisis keadaan plastis mengenai sambungan balok-kolom yang terdapat pada peraturan-peraturan konstruksi baja pada umumnya diperoleh dari evaluasi hasil eksperimen yang dilakukan pada sejumlah besar tipe profil. Hal ini jelas akan memerlukan biaya yang tidak kecil. Oleh sebab itu, pada saat ini orang cenderung untuk mencari model matematis yang dapat dipecahkan secara numerik dengan bantuan komputer. Dengan model matematis tersebut akan dapat dipelajari lebih banyak variabel-variabel yang ada (t_f , t_w , b_f , h , dan sebagainya) dengan biaya yang relatif lebih murah apabila dibandingkan dengan membuat percobaan dari model nyata.

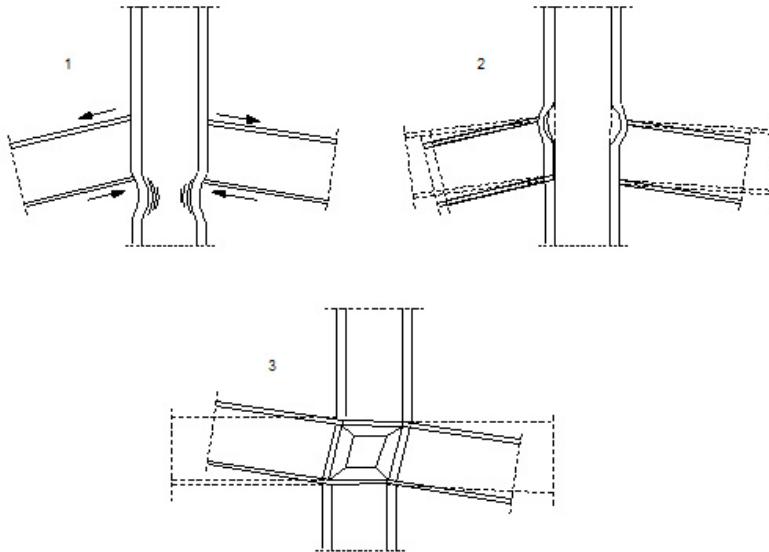


Gambar 2.
Model distribusi tegangan balok-kolom

MODEL KERUNTUHAN DARI SAMBUNGAN BALOK KOLOM

Keruntuhan dari sambungan balok kolom dapat dibedakan atas tiga model, sebagaimana ditunjukkan dalam Gambar 3, yaitu:

1. Keruntuhan terjadi pada daerah tekan (Gambar 3-1), keruntuhan tipe ini dapat terjadi akibat:
 - Plastifikasi lokal dari plat badan profil.
 - Tekuk lokal dari plat badan profil terutama pada profil-profil dengan plat badan yang tipis.
2. Keruntuhan terjadi pada daerah tarik (Gambar 3-2), keruntuhan tipe ini biasanya disebabkan oleh plastifikasi dari plat sayap yang disertai oleh lelehnya bagian badan.
3. Keruntuhan akibat gaya geser pada plat badan profil kolom (Gambar 3-3).



Gambar 3.
Model keruntuhan sambungan balok-kolom

BALOK DI ATAS PERLETAKAN ELASTIS

Dengan mengacu pada dasar analisis balok di atas perletakan elastis, dimana badan balok struktur yang akan dianalisis dianggap sebagai pegas-pegas yang menahan beban, sehingga balok berada di atas perletakan elastis, maka dilihat dari kondisi tanah yang sesungguhnya, hubungan antara tekanan tanah dalam perpindahan adalah non linier pada saat beban mencapai batas elastisnya, yaitu pada saat terjadi perpindahan yang cukup besar. Pada saat itulah tanah atau pegas berperilaku plastis sampai mencapai keruntuhan.

Sebagian besar analisis balok dalam perletakan elastis berawal dari asumsi gaya reaksi perletakan pada setiap titik balok yang mengalami kelenturan. Asumsi ini diperkenalkan pertama kali oleh Winkler (1867). Banyak para peneliti yang merasa puas dengan asumsi medium perletakan

ini. Analisis dengan metode yang diperkenalkan oleh Winkler ini biasa disebut analisis subgrade reaksi. Analisis ini banyak memberikan kemanfaatan yang cukup berarti dengan memiliki karakteristik yang bisa diasumsikan sama, maka analisis ini bisa diterapkan pada perhitungan sistem lantai jembatan dan bangunan. Demikian juga untuk konstruksi cangkang tipis yang berfungsi sebagai penahan tekanan, maupun pada hubungan sambungan balok dan kolom, seperti pada kasus-kasus yang dianalisis pada tulisan ini.

Pada teori ini dimaksudkan untuk penerapan aproksimasi desain secara praktis yang diaplikasikan pada kasus-kasus yang dianalisis. Hal ini mengingat sifat-sifat fisik material sebagian besar cukup kompleks, sehingga tidak bisa didekati secara tepat dengan hubungan matematis sederhana. Namun demikian, banyak hal-hal penting yang bisa dipakai sebagai alasan untuk memakai teori Winkler ini, yaitu mendekati ketepatan pada kondisi sebenarnya.

Dengan menganggap balok lurus yang menahan beban dan ditahan sepanjang balok oleh medium elastis, sebagaimana dalam Gambar 4, akibat gaya-gaya beban tersebut, maka balok akan mengalami perpindahan dan gaya reaksinya didistribusikan secara menerus dalam medium elastis yang menahan balok tersebut. Dengan gaya reaksi ini dibuat asumsi dasar bahwa P (gaya) pada satu titik adalah sebanding dengan perpindahan balok sebesar Y pada titik itu. Dengan demikian, maka:

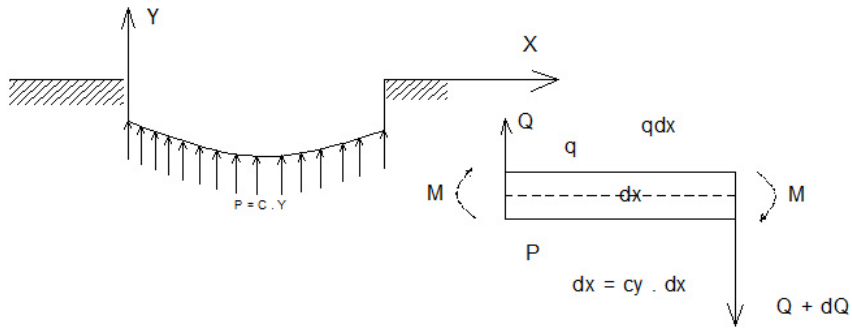
$$P = c \cdot y \quad (1)$$

dimana gaya reaksi diasumsikan bekerja secara vertikal melawan perpindahan balok.

Asumsi pada persamaan (1) secara tidak langsung menyatakan medium penahannya adalah elastis. Dengan kata lain, balok tersebut mengikuti Hukum Elastisitas Hooke, yaitu gaya yang bekerja terdistribusi pada suatu area yang akan menyebabkan perpindahan yang sama sebesar gaya tersebut, dimana C merupakan suatu konstanta medium penahan yang disebut modulus kekakuan dari suatu pegas. Bila asumsi penampang balok dianggap sama dengan konstanta b , maka perpindahan balok akan menyebabkan reaksi $= b \times C_0$ pada balok, sehingga pada titik dimana perpindahan sebesar Y , didistribusi reaksi (per unit panjang balok), atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$P = b \cdot C_0 \cdot y \quad (2)$$

Pemakaian konstanta b adalah termasuk fungsi dari lebar balok yang secara numerik akan sama jika digunakan perhitungan balok per unit lebar, sebagaimana ditunjukkan pada gambar 4 di bawah ini.



Gambar 4.
Perlawanan balok di atas perletakan elastis

Diambil suatu elemen kecil yang tertutup oleh dua irisan potongan vertical dengan jarak dx yang merupakan bagian dari suatu elemen, dengan asumsi elemen ini diambil dari balok yang dibebani oleh beban merata (kg/cm), maka gaya-gaya yang bekerja pada elemen tersebut adalah gaya geser Q arah keatas (positif) gaya M (positif) disebelah kiri, merupakan suatu perjanjian yang akan dipakai pada semua turunan berikutnya dengan anggapan elemen dalam keseimbangan maka dapat diturunkan persamaan berikutnya.

$$Q - (Q + dQ) + c \cdot y \cdot dx - q \cdot dx = 0 \quad (3)$$

maka:

$$\frac{dQ}{dx} = c \cdot y - q \quad (4)$$

Dengan menggunakan hubungan:

$$Q = \frac{dM}{dx}$$

dalam persamaan (4) digunakan:

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} = c \cdot y - q \quad (5)$$

dari persamaan diferensial momen:

$$EI \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = M \quad (5-a)$$

Dengan menurunkan persamaan tersebut menjadi dua kali, maka diperoleh:

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{d^2 M}{dx^2} \quad (6)$$

sehingga dengan mempergunakan persamaan (5) diperoleh :

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} = -c \cdot y + q \quad (7)$$

Persamaan turunan ini merupakan kurva perpindahan balok yang ditahan oleh medium elastis. Bila balok tidak menerima beban ($q = 0$), maka persamaan menjadi:

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} = -c \cdot y \quad (8)$$

Atau

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} = -\frac{c}{EI} \cdot y \quad (9)$$

Persamaan (8) atau (9) adalah persamaan diferensial untuk batang yang terletak pada perletakan elastis. Untuk memperoleh suatu solusi secara umum agar terpenuhi pada problem yang akan dianalisis, maka digunakan seperti yang diterapkan pada model analisis dengan dua syarat batas yang diuraikan pada bagian berikutnya.

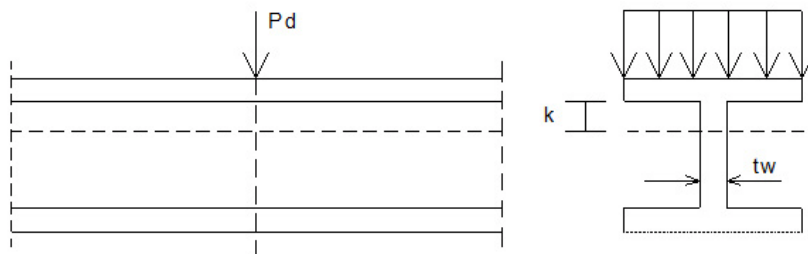
PENERAPAN MODEL FORMULASI METODE *FINITE DIFFERENCE* PADA BALOK DI ATAS PERLETAKAN ELASTIS

Untuk mendapatkan bentuk formulasi secara umum agar dapat diterapkan untuk beberapa macam kasus pembebanan, seperti yang akan dianalisis dalam tulisan ini. Dengan peninjauan dua syarat batas untuk kondisi umum, terhadap balok yang diletakkan di atas perletakan elastis, maka terlebih dahulu perlu diadakan pendiskritisasi sepanjang balok sedemikian rupa dengan konsep dasar *finite difference method*, dimana (Δx) diambil dengan jarak yang sama sepanjang balok. Dengan menggunakan persamaan dasar yang diperlukan seperti yang telah diuraikan, maka bentuk persamaannya secara umum untuk keadaan elasto-plastis dapat dibuat seperti yang diuraikan dalam berikut ini. Analisis disusun dalam bentuk matriks yang kemudian diselesaikan dengan program komputer.

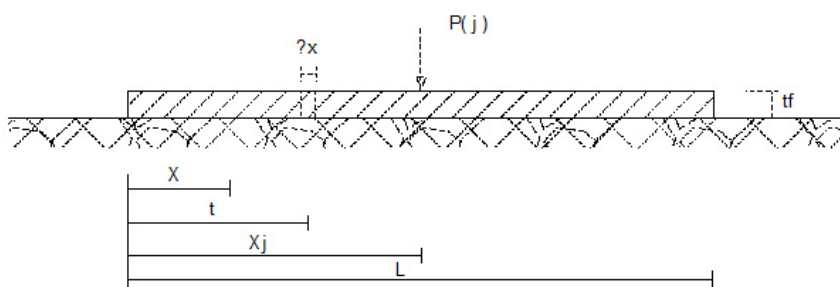
Formulasi Dalam Keadaan Elastis

Dengan beranjak pada dasar teori *beam on elastic*, dimana suatu gaya P pada suatu titik adalah sebanding dengan perpindahan balok sebesar y

pada titik itu dan berdasarkan suatu asumsi yang digunakan seperti yang telah diuraikan terdahulu, maka dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 5.
Pembebanan pada balok



Gambar 6.
Bentuk pemodelan balok

Suatu asumsi yang dipakai, dimana hubungan antara *displacemen* $y(x)$ dan momen lentur $M(x)$ dari suatu balok yang terletak di atas medium elastis dengan kekakuan (EI) yang mempunyai suatu kekakuan yang variabel sebesar $C(t)$, maka dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan dengan mempergunakan turunan kedua, yaitu:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{M(x)}{EI(x)} \quad (10)$$

Oleh karena tanah dianggap mempunyai suatu kekakuan yang tetap dan digambarkan sebagai pegas-pegas yang rapat sekali, maka:

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \sum_{x}^L R(t).(t-x).\Delta t = \int_x^L R(t).(t-x).dt \quad (11)$$

Dengan demikian, dari kondisi perletakan balok yang diletakkan bebas di atas tanah, untuk solusi Persamaan (10), dengan memperhatikan syarat

batas di ujung balok untuk momen dan gaya lintang, maka dapat ditulis dengan memperhatikan Persamaan (11) menjadi:

$$M(0) = -\int_0^L R_{(t)} \cdot (t-x) \cdot dt - \sum P_j (x_j - x) = 0$$

$$M(0) = -\int_0^L C_{(t)} \cdot y_{(t)} \cdot (t-0) \cdot dt - \sum_{x_j > 0} P_j (x_j - 0) = 0 \quad (12)$$

atau syarat batas menjadi:

Untuk momen:

$$M(0) = \int_0^L C_{(t)} \cdot y_{(t)} \cdot t \cdot dt - \sum_{x_j > 0} P_j (x_j) = 0 \quad (13-a)$$

Dan gaya lintang

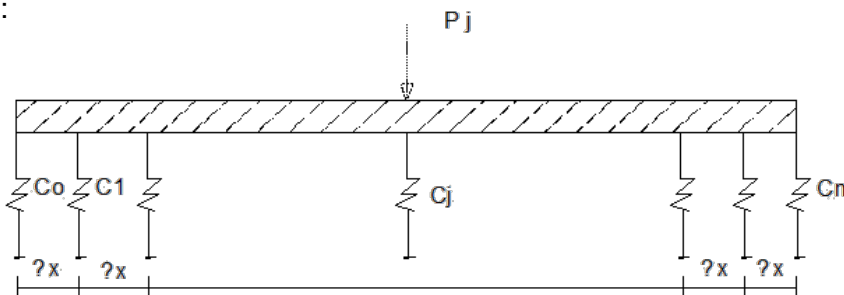
$$T(0) = \int_0^L C_{(t)} \cdot y_{(t)} \cdot t \cdot dt - \sum_{x_j} P_j = 0 \quad (13-b)$$

Sehingga untuk menghitung harga integral $\int_{x_i}^L R_{(t)} \cdot (t-x) \cdot dt$, digunakan

hampiran integral dengan menggunakan hampiran integral trapezium sebagai berikut

$$x_0^i = 1 \int_{(x)}^{x_n} f_{(x)} \cdot d_{(x)} = \frac{\Delta x}{2} \left\{ f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right\} \quad (14)$$

Sehingga dari gambar di bawah ini setelah diadakan diskritisasi balok sejarak (x), maka momen lentur pada setiap titik dapat dihitung dengan mempergunakan persamaan (12) dengan menerapkan persamaan (14) didapat:



Gambar 7.
Model pembebanan dan pendiskritan balok

Dimana

$$M(x_0) = 0$$

Sehingga dalam bentuk formulasi secara umum dapat ditulis sebagai berikut:

$$M(x_i) = \frac{\Delta x^2}{2} \left\{ 2 \cdot \sum_{j=i}^n C_j \cdot y_j \cdot (j-i) - C_n \cdot y_n (n-i) \right\} - \Delta x \sum_{j=i}^n p_j (j-i) \quad (15)$$

Dengan mengaplikasikan hampiran integral pada syarat batas, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} M(x=0) &= \frac{\Delta x}{2} \left\{ 2 \cdot \sum_{j=0}^n C_j \cdot y_j - C_n \cdot y_n \cdot n \right\} - \Delta x \sum_{j=0}^n j \cdot P_j = 0 \\ T(x=0) &= \frac{\Delta x}{2} \left\{ C_0 \cdot y_0 + 2 \sum_{j=1}^n C_j \cdot y_j + C_n \cdot y_n \right\} - \sum_{j=0}^n p_j = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Dari uraian tersebut di atas, apabila disusun dalam bentuk matriks dengan mempergunakan hampiran *finite difference method* untuk turunan kedua dari Persamaan (10), maka diperoleh:

$$EI \left(\frac{d^2}{dx^2} \right)_{x_i} = \frac{y_{(i-1)} - 2y_{(i)} + y_{(i+1)}}{\Delta x^2} \quad (17)$$

Sehingga dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\frac{EI}{\Delta x^2} \cdot [L][Y] = -M \quad (18)$$

dimana EI adalah kekakuan balok, Δx adalah jarak titik diskrit, [L] matriks koefisien y dengan ukuran $(n-1) \times (n+1)$, [Y] adalah matriks *difflection* dengan ukuran $(n+1) \times 1$.

Dengan memasukkan harga koefisien matriks dari hasil analisa dengan mempergunakan persamaan (17) yang diturunkan dari Persamaan (10) dengan peninjauan terhadap masing-masing titik diskritisasi, maka dapat disusun sebagai berikut:

$$[L] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & . & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y1 & M1 \\ Y2 & M2 \\ Y3 & [M] = M3 \\ \bullet & \bullet \\ Y_{n-1} & M_{n-1} \end{bmatrix}$$

Dari solusi matriks tersebut di atas terdapat suatu anggapan bahwa harga kekakuan balok (EI) adalah konstan. Apabila harga (EI) tidak konstan, maka perlu dimasukkan harga [E].[I] yang merupakan harga EI pada setiap irisan titik diskritisasi ke dalam Persamaan (18), sehingga dapat ditulis menjadi:

$$\frac{1}{\Delta x^2} [E].[I].[L].[Y] = -M \quad (19)$$

Untuk menghitung besaran momen pada setiap titik mulai dari $l = 1, 2, \dots, n-1$, dengan mempergunakan Persamaan (15), dapat ditulis dalam bentuk umum sebagai berikut:

$$M = \frac{\Delta x^2}{2} [B1]/[C].[Y] - \Delta x.[F1].[P] \quad (20)$$

Dalam hal ini coba diambil jumlah titik diskritisasi yaitu $n = 10$, maka diperoleh matriks [B], [C], [Y], [F1] dan [P], dimana besaran masing- masing matriks tersebut adalah sebagai berikut:

$$[B1] = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 & 16 & 9 \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 7 \\ 0 & 0 & . & 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 6 \\ 0 & 0 & . & . & 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 5 \\ 0 & 0 & . & . & . & 0 & 2 & 4 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & . & . & . & . & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & . & . & . & . & . & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Secara umum dapat ditulis menjadi:

$$[B1] = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 2(n-4) & 2(n-3) & 2(n-2) & 2(n-1) \\ 0 & 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 2(n-5) & 2(n-4) & 2(n-3) & 2(n-1) \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & & 2(n-5) & 2(n-1) \\ 0 & 0 & . & 0 & 2 & 4 & 6 & & 8 & 2(n-1) \\ 0 & 0 & . & . & 0 & 2 & 4 & & 6 & 2(n-1) \\ 0 & 0 & . & . & . & 0 & 2 & & 4 & 2(n-1) \\ 0 & 0 & . & . & . & . & 0 & & 2 & 2(n-1) \\ 0 & 0 & . & . & . & . & . & & 0 & 2(n-1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(n-1) \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_0 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & & 0 \\ 0 & & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & & & 0 & 0 \\ 0 & & & & 0 \\ \dots & & & & \dots \\ C_n \end{bmatrix} \quad [Y] = \begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$$[F1] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & (n-4) & (n-3) & (n-2) & (n-1) \\ \cdot & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & (n-4) & (n-3) & (n-2) \\ \cdot & & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & (n-4) & (n-3) \\ \cdot & & & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & (n-5) & (n-4) \\ \cdot & & & & 0 & 1 & 2 & 3 & (n-6) & (n-5) \\ \cdot & & & & & 0 & 1 & 2 & (n-7) & (n-6) \\ \cdot & & & & & & 0 & 1 & (n-8) & (n-7) \\ \cdot & & & & & & & 0 & 1 & 2 \\ \cdot & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [P0] = \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ P_n \end{bmatrix}$$

Sedangkan untuk kedua syarat batas kedua ujung batang bila ditulis dalam bentuk matriks yaitu:

- Untuk syarat batas momen (M_0)

$$M_0 = \Delta x^2 \{ 2 \cdot \sum C_j \cdot y_j \cdot j - C_n \cdot y_n \cdot n \} - \Delta x \sum_j P_j = 0$$

Dimana ;

$$[BO]^T = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ \dots \ 2 \cdot (n-2) \ 2(N-1) \ n]$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_0 \\ \cdot & C_1 \\ \cdot & & C_2 \\ \cdot & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & & & C_n \end{bmatrix} \quad [Y] = \begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$$[F_0]^T = [0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \dots (n-2)(n-1) \quad n]$$

$$[P] = \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}$$

Sehingga:

$$M_0 = \frac{\Delta x}{2} [B_0]^T \cdot [C] \cdot [Y] - \Delta x \cdot [F_1] \cdot [P] = 0 \quad (21)$$

- Untuk syarat batas gaya geser (T_0)

$$T_0 = \frac{\Delta x}{2} \{ C_0 \cdot y_0 + 2 \sum C_j \cdot y_j \cdot j + C_n \cdot y_n \} - \sum P_j = 0$$

$$[A_0]^T = [1 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \dots 2 \quad 1]$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & C_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & C_2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_{(n-1)} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & C_n \end{bmatrix} \quad [Y] = \begin{bmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$$[1]^T = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \dots 1] \quad [P] = \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ P_n \end{bmatrix}$$

Sehingga:

$$T_0 = \Delta x [A_0]^T \cdot [C] \cdot [Y] - [1]^T \cdot [P] = 0 \quad (22)$$

Dari besaran harga matriks yang telah didapatkan seperti di atas, maka perlu adanya penggabungan matriks [B1], [B0], [A0], begitu juga dengan matriks [F1], [F0], sehingga seluruh problem memberikan sistem yang linier dari (n+1). Dengan demikian, persamaanya menjadi:

$$[D] \cdot [Y] = \Delta x \cdot [F] \cdot [P] \quad (23)$$

Dimana matriks [D] adalah:

$$[D] = \frac{\Delta x}{2} [b] \cdot [C] + 1/\Delta x^2 [E] \cdot [I] \cdot [L] \quad (24)$$

Dengan demikian apabila dalam analisa karakteristik dan geometri dari balok serta kekakuan tanah diketahui maka difleksi pada setiap titik dapat dihitung dari Persamaan (23) yaitu,

$$[Y] = [D]^{-1} \cdot [F] \cdot [P] \quad (25)$$

Dari reaksi pelat badan sepanjang Δx dalam keadaan elastis adalah:

$$[R] = -[C] \cdot [Y] \quad (26)$$

dan tegangan yang timbul adalah:

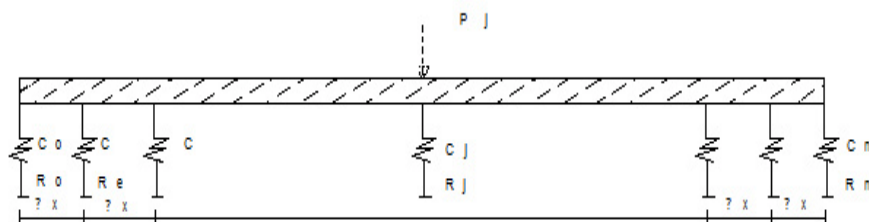
$$[\sigma] = [R/\Delta x \cdot tw] \quad (27)$$

Tinjauan Dalam Keadaan Elasto Plastis

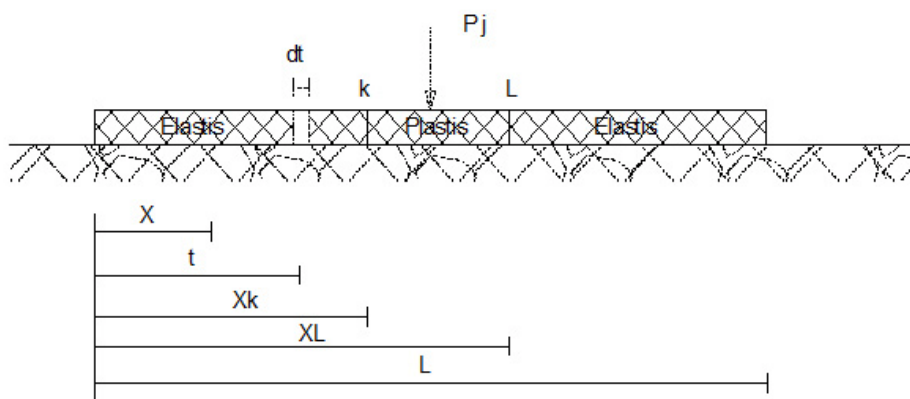
Seperti yang telah diuraikan di depan bahwa dalam analisis tidak bisa selalu konsisten mengikuti cara elastis. Hal tersebut terjadi akibat pembebanan yang diberikan kepada konstruksi dan apabila tegangan yang timbul telah mencapai tegangan leleh, maka peralihan ke analisis plastis perlu ditinjau. Sehingga pada titik dimana tempat plastisitas terjadi, maka reaksi R pada titik tersebut menjadi konstan yang tidak bergantung pada difleksi di titik tersebut. Dengan demikian, jika harga reaksi yang didapatkan lebih besar dari harga batasnya, yaitu $Re = \sigma_e \cdot tw \cdot \Delta x$, maka reaksi menurut persamaan (27) diganti menjadi gaya konstan sebesar Re .

Dari kejadian di atas, persamaan keadaan elastis perlu diadakan suatu modifikasi agar dapat dipergunakan untuk analisis dalam keadaan elasto-plastis. Modifikasi ini dapat dilakukan dari Persamaan (23), dengan

merubah unsur dari matriks [B], yaitu dengan memberikan harga nol pada titik-titik dimana tegangan yang timbul telah mencapai tegangan lelehnya. Begitu pula dengan matriks beban [P], yaitu dengan memasukkan besaran beban luar yang konstan sebesar R_e .



Gambar 8.
Pembebanan balok di atas perletakan elastis



Gambar 9.
Balok dalam keadaan elasto plastis

Dimana perubahan unsur matriks [B] pada titik x_k sampai dengan x_l mencapai tegangan leleh, maka modifikasi matriks menjadi:

				xk				xl				
				⋮				⋮				
$[B] =$												
[1	2	2	2	0	0	0	2	2	2	1]
	-	-	-	-				-	-	-	-	
	Δx	Δx	Δx	Δx				Δx	Δx	Δx	Δ	
	0	2	4	6	0	0	0	14	16	18	10	
	0	0	2	4	0	0	0	$2(n-4)$	$2(n-3)$	$2(n-3)$	$(n-2)$	
	0	0	0	2	0	0	0	$2(n-5)$	$2(n-4)$	$2(n-3)$	$(n-2)$	
	0	0	.	0	0	0	0	8	$2(n-4)$	$2(n-4)$	$(n-3)$	
	0	0	.	.	0	0	0	6	10	$2(n-5)$	$(n-4)$	
	0	0	.	.	0	0	0	4	10	$2(n-6)$	$(n-5)$	
	0	0	.	.	0	0	0	2	4	$2(n-7)$	$(n-6)$	
	0	0	.	.	0	0	0	0	2	$2(n-8)$	$(n-7)$	
	0	0	.	.	0	0	0	.	0	$2(n-9)$	$(n-8)$	
	0	0	.	.	0	0	0	0	0	0	$(n-9)$]

[elastis]

[plastis]

[elastis]

Dan matriks [P] menjadi ;

$$[P] = \begin{bmatrix} P0 \\ P1 \\ P2 \\ P3 \\ P4 + Re \\ P5 + Re \\ P6 + Re \\ P7 \\ Pn \end{bmatrix}$$

KESIMPULAN

Setelah diadakan suatu modifikasi, maka perhitungan dilakukan kembali berdasarkan keadaan elastis dengan memberikan suatu tambahan beban luar secara bertahap. Apabila reaksi yang timbul kembali melampaui reaksi batasnya, sehingga menimbulkan tegangan leleh baru di titik diskrit yang lainnya, maka pada matriks [B] dan matriks [P] perlu diadakan modifikasi kembali dan perhitungan dilakukan dengan cara yang sama. Begitu seterusnya sampai tidak terjadi lagi pembentukan daerah plastis baru.

DAFTAR PUSTAKA

- American Institut of Steel Construction (AISC). 1978. *Manual Of Steel Construction*. Eighth Edition. Chicago.
- Hetenyi, M. 1946. *Beam on Elastic Foundation*. USA: The University of Michigan.
- Narayanan, R. 1983. *Plate Structures Stability and Srength*. New York: Applied Science Publisher Ltd.
- Jhonston, B. G. 1990. *Guide to Stability Design Criteria For Metal Structures*. London: Mc. Graw-Hill Inc.
- Gaylord and Edwin, H. 1972. *Design of Steel Structures*. London: Mc. Graw-Hill Inc.
- Phillips, G. M. and Taylor, P. J. 1973. *Theory and Appliations of Numerical Analysis*. London: Academic Press Inc. Ltd.
- Chen, Wai Fah and Astuta, Tosio. 1975. *Theory of Beam COLUMNS*. Volume 1. Plane Behavior and Design. New York: Mc. Graw Hill Book Company.

