TEORI DAN APLIKASI DESAIN EKSPERIMEN

by Nelly Budiharti

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Desain Eksperimen

Untuk perkembangan ilmu dan teknologi maka perlu adanya riset atau penelitian yang dilakukan baik itu di bidang industri, kimia, pertanian, peternakan, dan lain sebagainya. Di dalam dunia riset atau penelitian, tidak lepas dari menggunakan metode statistika. Dalam penggunaannya metode statistik harus sesuai dengan metode dan teknik yang sesuai untuk pengumpulan, penyajian, penganalisaan, dan pengambilan kesimpulan mengenai populasi berdasarkan data yang akan diperoleh. Salah satu cara untuk menganalisa hasil penelitian adalah dengan cara menggunakan *desain eksperimen*. Desain eksperimen merupakan suatu rancangan percobaan yang dapat memberikan informasi yang berhubungan dengan atau diperlukan untuk persoalan yang sedang diteliti. Analisa dengan desain eksperimen mempunyai metode analisa penyelesaian sesuai dengan kondisi percobaan penelitian yang dilakukan dan memiliki langkah-langkah lengkap yang perlu diambil sebelum eksperimen dilakukan agar supaya data yang semestinya diperlukan dapat diperoleh sehingga akan membawa kepada analisis obyektif dan kesimpulan yang berlaku untuk persoalan yang sedang dibahas.

1.2. Tujuan Desain Eksperimen

Desain suatu eksperimen bertujuan untuk memperoleh atau mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya yang diperlukan dan berguna dalam melakukan penelitian persoalan yang akan dibahas. Namun demikian, untuk mendapatkan semua informasi yang berguna sebaiknya desain dibuat sesederhana mungkin.

Penelitian yang akan dilakukan hendaknya dilakukan seefisien mungkin mengingat waktu, biaya, tenaga, dan bahan yang digunakan. Data yang diperoleh berdasarkan desain yang sesuai dan tepat akan dapat mempercepat proses analisis dan akan diperoleh pengambilan keputusan yang tepat dan benar disamping juga bersifat ekonomis. Penggunaan desain eksperimen berupaya untuk memperoleh informasi yang maksimum dengan menggunakan biaya yang minimun.

1.3. Prinsip Dasar yang Digunakan dalam Desain Eksperimen

Dalam pelaksanaan desain eksperimen, kita perlu mengerti tentang prinsip-prinsip dasar yang lazim digunakan dan dikenal. Prinsip-prinsip tersebut ialah replikasi, pengacakan, dan kontrol lokal.

Ketiga prinsip dasar yang digunakan dalam perencanaan eksperimen adalah:

a. Replikasi

Replikasi dapat diartikan sebagai pengulangan eksperimen dasar. Dalam kenyataannya replikasi ini diperlukan oleh karena dapat:

- Memberikan taksiran kekeliruan eksperimen yang dapat dipakai untuk menentukan panjang interval konfidens (selang kepercayaan) atau dapat digunakan sebagai satuan dasar pengukuran untuk penetapan taraf signifikan daripada perbedaan-perbedaan yang diamati.
- Menghasilkan taksiran yang lebih akurat untuk kekeliruan eksperimen.
- Memungkinkan kita untuk memperoleh taksiran yang lebih baik mengenai efek rata-rata sesuatu faktor.

b. Pengacakan

Pada setiap prosedur pengujian, asumsi-asumsi tertentu perlu diambil dan dipenuhi agar supaya pengujian yang dilakukan menjadi berlaku. Salah satu di antaranya adalah bahwa pengamatan-pengamatan berdistribusi independen. Asumsi ini sukar untuk dapat dipenuhi, akan tetapi dengan jalan berpedoman kepada prinsip sampel acak yang diambil dari sebuah populasi atau berpedoman pada perlakuan acak terhadap unit eksperimen, maka pengujian dapat dijalankan seakan-akan asumsi yang telah diambil terpenuhi.

c. Kontrol lokal

Kontrol lokal merupakan sebagian daripada keseluruhan prinsip desain yang harus dilakukan. Biasanya merupakan langkah-langkah atau usaha-usaha yang berbentuk penyeimbangan, pemblokan, dan pengleompokan unit-unit eksperimen yang digunakan dalam desain. Jika replikasi dan pengacakan pada dasarnya akan memungkinkan berlakunya uji keberartian, maka kontrol lokal menyebabkan desain lebih efisien, yaitu menghasilkan prosedur pengujian dengan kuasa yang lebih tinggi.

- Pengelompokan diartikan sebagai penempatan sekumpulan unit eksperimen yang homogen ke dalam kelompok-kelompok agar supaya kelompok yang berbeda memungkinkan untuk mendapatkan perlakuan yang berbeda pula.

- Pemblokan berarti pengalokasian unit-unit eksperimen ke dalam blok sedemikian sehingga unit-unit dalam blok secara relatif bersifat homogen sedangkan sebagian besar dari variasi yang dapat diperkirakan di antara unit-unit telah baur dengan blok.

Selain ketiga prinsip dasar tersebut maka perlu juga untuk memahami istilah yang penting dalam desain eksperimen antara lain yaitu:

a. Perlakuan

   Perlakuan dapat diartikan sebagai sekumpulan kondisi eksperimen yang akan digunakan terhadap unit eksperimen dalam ruang lingkup desain yang dipilih. Perlakuan ini bisa berbentuk tunggal jika memberikan efek samping sendiri-sendiri dari perlakuan yang diberikan kepada suatu benda eksperimen/variabel respon dan dikatakan sebagai perlakuan kombinasi jika efek perlakuan-perlakuan terhadap variabel respon terjadi dalam bentuk gabungan dari beberapa perlakuan tunggal yang terjadi secara bersamaan.

b. Unit eksperimen

   Unit eksperimen yang dimaksudkan di sini adalah unit yang dikenai perlakuan tunggal (mungkin merupakan gabungan beberapa faktor) dalam sebuah replikasi eksperimen dasar.

c. Kekeliruan eksperimen

   Kekeliruan eksperimen merupakan kegagalan dari dua unit eksperimen identik yang dikenai perlakuan untuk memberikan hasil yang sama. Ini bisa terjadi karena kekeliruan pada waktu menjalankan eksperimen, variasi bahan eksperimen, variasi antara unit eksperimen dan pengaruh gabungan semua faktor tambahan yang mempengaruhi karakteristik yang sedang dipelajari.

Kekeliruan eksperimen diusahakan sekecil-kecilnya. Cara yang sering digunakan untuk mengurangi kesalahan-kesalahan tersebut antara lain dengan jalan menggunakan bahan eksperimen yang homogen, menggunakan informasi yang sebaik-baiknya tentang variabel yang telah ditentukan dengan tepat, melakukan eksperimen seteliti-telitinya dan menggunakan desain eksperimen yang lebih efisien.

1.3. Efek dan Interaksi

Dalam banyak penelitian, sering terlibat dengan lebih dari satu macam variabel bebas yang memberikan efek, pengaruh atau akibat pada variabel tak bebas atau variabel respon yang hasilnya ingin diketahui. Bisa juga berhadapan dengan variabel respon yang nilainya berubah-ubah dikarenakan efek variabel bebas dengan nilai yang berubah-ubah pula. Untuk keperluan desain, variabel bebas akan dinamakan faktor dan nilai-

nilai atau klasifikasi-klasifikasi daripada sebuah faktor dinamakan taraf faktor. Faktor biasanya dinyatakan dengan huruf kecil, sedangkan taraf faktor dinyatakan dengan angka.

Antara faktor-faktor yang memberikan efek pada variabel respon, bisa bebas atau interdependen satu sama lainnya atau bisa (pada umumnya memang demikian) interdependen sehingga akan terjadi interaksi di antara faktor-faktor. Dalam analisis desain eksperimen, hal demikian mengakibatkan perlunya untuk menentukan efek utama daripada faktor-faktor dan pula efek interaksi antara faktor-faktor.

1.4. Langkah-Langkah Membuat Desain Eksperimen

Dalam menyelesaikan persoalan perlu memperhatikan desain yang akan digunakan. Dalam menentukan kepastian desain yang akan dipilih maka perlu diketahui adanya beberapa hal-hal pokok yang telah dirumuskan oleh Kempthorne dalam Sudjana, 2017, sebagai berikut:

1. Merumuskan masalah atau persoalan yang akan dibahas
2. Merumuskan hipotesa
3. Menentukan teknik dan desain eksperimen yang diperlukan
4. Memeriksa semua hasil yang mungkin dan latar belakang atau alasan-alasan agar supaya eksperimen setepat mungkin memberikan informasi yang diperlukan
5. Mempertimbangkan semua hasil yang mungkin ditinjau dari prosedur statistika yang diharapkan berlaku untuk itu, dalam rangka menjamin dipenuhinya syarat-syarat yang diperlukan dalam prosedur tersebut
6. Melakukan eksperimen
7. Menggunaan teknik statistika terhadap data hasil eksperimen
8. Mengambil kesimpulan dengan jalan menggunakan derajat kepercayaan yang wajar yang sesuai dengan kondisi objek penelitian.
9. Membandingkan dengan penelitian-penelitian yang sebelumnya dan penelitian lain mengenai masalah yang sama

1.5. Tes Keseragaman Data

Berdasarkan data yang telah diperoleh dari hasil percobaan tersebut maka dapat dibuat peta kontrol yang menggambarkan apakah data yang ada melebihi batas kontrol yang ada.

Adapun langkah-langkah pembuatan peta kontrol adalah sebagai berikut:

1. Pengumpulan data
   Data diambil dari proses/perlakuan yang sama
2. Pengelompokan data
   Data dikelompokkan berdasarkan lot, sampel, dan jumlah kelompok
3. Menghitung nilai X rata-rata

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{N} = \frac{\sum X_1}{N}$$

4. Menghitung Standart Deviasi (SD)

$$SD = \sqrt{\frac{\sum(X_1 - \bar{X})^2}{N - 1}}$$

5. Menghitung batas atas dan batas bawah

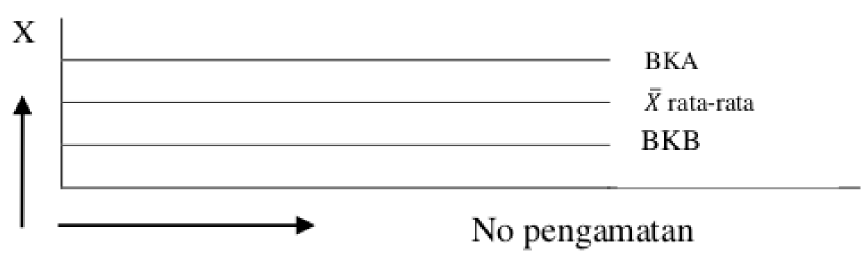
Batas Kontrol Atas (BKA) = $\bar{X}$ + k . $ó_x$

GT = $\bar{X}$ (rata-rata)

Batas Kontrol Bawah (BKB) = $\bar{X}$ + k . $ó_x$

Di mana: k = tingkat kepercayaan
ó = SD
$ó_x$ = ó / √ n

6. Membuat peta kontrol
   Memasukkan dan menggambarkan data yang telah ada ke dalam peta kontrol, untuk melihat apakah ada data yang melebihi batas atas dan kurang dari batas bawah.



7. Menarik kesimpulan dari chart yang telah dibuat

1.6. Tes Kecukupan Data

Dalam melakukan percobaan atau eksperimen ada satu hal penting yang juga harus dipertimbangkan. Hal tersebut adalah kecukupan data percobaan. Maksud dari adanya tes kecukupan data tersebut adalah agar data yang penulis peroleh tersebut dapat mencakup dan mewakili seluruh populasi untuk mencapai kesimpulan yang mewakili populasi yang ada.

Banyaknya pengamatan yang harus dilakukan untuk mewakili seluruh populasi tersebut sangat dipengaruhi oleh dua faktor utama, yaitu:

a. Tingkat ketelitian (degree of accuracy) dari hasil pengamatan
b. Tingkat kepercayaan (level of confidence) dari hasil pengamatan

Dengan mengetahui tingkat ketelitian dan tingkat kepercayaan yang sesuai maka dapat ditetapkan jumlah data yang seharusnya dibuat (N`) dengan menggunakan rumus tes kecukupan data sebagai berikut:

$$N` = \left[\frac{\frac{k}{s}\sqrt{N(\sum X^2) - (\sum X)^2}}{(\sum X)}\right]^2$$

Di mana:

N` = jumlah pengamatan yang seharusnya diamati

N = pengamatan pendahuluan (secara sembarang)

s = tingkat ketelitian

k = tingkat kepercayaan

Tingkat kepercayaan 68% berarti k = 1

Tingkat kepercayaan 95% berarti k = 2

Tingkat kepercayaan 99% berarti k = 3

Jika ternyata dari hasil pengamatan diperoleh harga N` < N maka pengamatan berarti cukup sedangkan jika terjadi sebaliknya N` > N, maka pengamatan berarti tidak cukup atau perlu penambahan data.

BAB II
ANALISA VARIANS

2.1. Model I (Model Tetap)

Model ini membawa kita kepada hipotesis bahwa tidak terdapat perbedaan diantara efek-efek k buah perlakuan yang terdapat di dalam eksperimen, hipotesis ini biasanya dirumuskan sebagai

$H: \tau_i = 0$ untuk i = 1, 2, ..., k..................II (1)

Jika H benar, maka RJK yang berasal dari kekeliruan eksperimen dan RJK yang berasal dari antar perlakuan masing-masing merupakan taksiran untuk σ_{ϵ^2}.

Karena $\epsilon_{ij} \sim \text{DNI}\ (0, \sigma_{\epsilon^2})$, maka perbandingan yang ditentukan oleh:

$$F = \frac{P}{E} = \frac{\text{RJK (antar perlakuan)}}{\text{RJK (kekeliruan eksperimen)}}$$ ....II (2)

berdistribusi F dengan dk pembilang $\upsilon_1 = k - 1$ dan dk penyebut $\upsilon_2 = \Sigma(n_i - 1)$. Jika harga F di atas lebih besar daripada $F_{\alpha(\upsilon 1, \upsilon 2)}$ dengan α merupakan taraf signifikansi, maka hipotesa H akan ditolak. Kesimpulannya ialah bahwa terdapat perbedaan di antar efek k buah perlakuan.

2.2. Model II (Model Acak)

Untuk Model II, hipotesisnya yaitu tidak terdapat perbedaan di antara efek-efek semua perlakuan di dalam populasi dimana sebuah sampel telah diambil sebanyak k perlakuan. Perumusan hipotesis untuk model ini biasa ditulis sebagai:

$H: \sigma_\tau^2 = 0$.................................II (3)

Pengujian untuk model ini juga sama dengan pengujian untuk model tetap. Jadi ditentukan perbandingan

F = P/E ....II (4)

dengan distribusi dan daerah penolakan hipotesis seperti dalam model tetap yang disebutkan di atas.

Perbedaannya terletak pada kesimpulan yang dibuat. Yang pertama hanya berlaku untuk k buah perlakuan yang terdapat dalam eksperimen, sedangkan yang terakhir ini berlaku untuk populasi perlakuan berdasarkan sebuah sampel terdiri dari k buah perlakuan yang diambil dari populasi itu.

Beberapa asumsi perlu diambil agar pengujian statistik yang akan diambil menjadi berlaku. Asumsi yang biasa diambil dalam ANAVA ialah sifat *aditif, linieritas, normalitas, indipenden dan homoginitas variansi.* Model yang digunakan adalah model linier dengan persamaan

$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$; (i=1, 2, …, k; j=1, 2, …, n_k)................II (5)

dengan:

Y_{ij} = variable yang akan dianalisis, dimisalkan berdistribusi normal,

μ = efek umum atau efek rata-rata yang sebenarnya

τ_i = efek yang sebenarnya daripada perlakuan ke-1

ϵ_{ij} = efek yang sebenarnya daripada unit eksperimen ke-j yang berasal dari perlakuan ke-i

ϵ_{ij} juga berisikan efek-efek lain daripada faktor-faktor tambahan. Akan tetapi, dengan pengacakan kita dapat mengharapkan hilangnya efek-efek tersebut terhadap hasil akhir. Juga masih dimisalkan bahwa μ berharga tetap dan efek ϵ_{ij} *berdistribusi normal dan identik* dengan rata-rata 0 dan variansi $\sigma\epsilon^2$ yang akan ditulis sebagai $\epsilon_{ij} \sim$ DNI $(0,\sigma_\epsilon^2)$.

Mengenai τ_i ada dua pilihan yang dapat diambil, ialah:

1) $\sum_{i=1}^{k} \tau_i = 0$, yang menggambarkan bahwa kita hanya berurusan dengan k buah perlakuan selama eksperimen. **Kejadian ini Kita namakan ANAVA *Model I* atau atau singkatnya *model tetap*.**

2) $\tau_i \sim \mathrm{DNI}\,(0, \sigma_\tau^2)$, yang menggambarkan bahwa kita berurusan dengan sebuah populasi perlakuan sedangkan sebuah sampel acak perlakuan sebanyak k buah diambil sebagai eksperimen **Kejadian ini Kita namakan *Model II* atau *model komponen variansi* atau *model efek acak* atau singkatnya *model acak*.**

Penentuan salah satu dari kedua model di atas sangat penting karena akan menentukan berlakunya ui signifikansi berdasarkan adanya *RJK yang diharapkan* atau *ekspektasi RJK*, disingkat ERJK.

Untuk model tetap, ERJK antar perlakuan besarnya $\sigma\epsilon^2 + \Sigma\, n_i\tau_i^2 / (k - 1)$ dan ERJK untuk kekeliruan eksperimen sama dengan $\sigma\epsilon^2$. Adapun untuk model acak, kedua ERJK tersebut besarnya berturut-turut sama dengan $\sigma\epsilon^2 + n_o\sigma\epsilon^2$ dan $\sigma\epsilon^2$ dengan $n_o = (\Sigma n_i - \Sigma n_i^2/\Sigma n_i)/(k - 1)$.

Daftar ANAVA disertai ERJK untuk model tetap diberikan di bawah ini, Contoh Untuk Desain Acak sempurna

DAFTAR II (1) ANAVA MODEL TETAP
UNTUK DESAIN ACAK SEMPURNA

Sumber Variasi	Dk	JK	RJK	ERJK
Rata-rata	1	R_y	R	–
Antar perlakuan	$k-1$	P_y	P	$\sigma_{\epsilon}{}^{2} + \sum n_i \tau_i^2/(k-1)$
Kekeliruan	$\sum(n_i - k)$	E_y	$E = s_{\epsilon}^2$	$\sigma_{\epsilon}{}^{2}$
Jumlah	$\sum n_i$	$\sum Y^2$	–	

Apabila model yang terjadi merupakan model acak, maka daftar ANAVA dan ERJK dapat dilihat seperti dalam Daftar II (2)

DAFTAR II (2) ANAVA MODEL ACAK UNTUK DESAIN ACAK SEMPURNA

Sumber Variasi	Dk	JK	RJK	ERJK
Rata-rata	1	R_y	R	–
Antar perlakuan	$k-1$	P_y	P	$\sigma_{\epsilon}{}^{2} + n_o\, \sigma_{\tau}^2$
Kekeliruan	$\sum(n_i - k)$	E_y	$E = s_{\epsilon}^2$	$\sigma_{\epsilon}{}^{2}$
Jumlah	$\sum n_i$	$\sum Y^2$	–	–

Setelah ERJK untuk sumber-sumber variasi antar perlakuan dan kekeliruan ditentukan, kesimpulan statistik sekarang dapat di lakukan. Kesimpulan ini, tepatnya pengujian statistik yang membawa kepada kesimpulan, akan bergantung pada model yang diambil.

BAB III
DESAIN ACAK SEMPURNA

3.1. Pendahuluan

Dalam bab ini akan ditinjau macam-macam eksperimen di mana kita hanya mempunyai sebuah faktor yang nilainya berubah-ubah. Eksperimen demikian disebut *eksperimen faktor tunggal*. Faktor yang diperhatikan dapat memiliki sejumlah taraf dengan nilai yang bisa kuantitatif, kualitatif, bersifat tetap ataupun bersifat acak. Pengacakan mengenai eksperimen tidak ada pembatasan, dan dalam hal demikian kita peroleh desain yang diacak secara sempurna atau secara singkat kita sebut saja *desain acak sempurna*. Jadi *desain acak sempurna* adalah desain di mana perlakuan dikenakan sepenuhnya secara acak kepada unit-unit eksperimen. Karena bentuknya sederhana, maka desain ini banyak digunakan. Akan tetapi satu hal harus diingat ialah bahwa desain ini hanya dapat digunakan apabila persoalan yang dibahas mempunyai unit-unit eksperimen yang bersifat homogen.

3.2. Analisa Variansi Untuk Desain Acak Sempurna

Untuk analisis data yang diperoleh berdasarkan desain eksperimen, khususnya desain acak sempurna, akan ditinjau desain dengan sebuah observasi tiap unit eksperimen. Misalkan ada k buah perlakuan di mana terdapat n_1 unit eksperimen untuk perlakuan ke-i (i=1, 2, ..., k). Jika data pengamatan dinyatakan dengan Y_{ij} (i=1, 2, ..., k) dan (j=1, 2, ..., n_i), Y_{ij} berarti nilai pengamatan daripada unit eksperimen ke-j karena perlakuan ke-1, maka untuk keperluan analisisnya, data tersebut sebaiknya disusun dalam daftar seperti berikut:

DAFTAR III (1)
DATA PENGAMATAN UNTUK DESAIN ACAK SEMPURNA
(TIAP PERLAKUAN BERISI n_i PENGAMATAN)

	Perlakuan				Jumlah
	1	2	......	K	
Data Pengamatan	Y_{11} Y_{12} .... Y_{1n1}	Y_{21} Y_{22} .... Y_{2n2}	....	Y_{k1} Y_{k2} .... Y_{knk}	
Jumlah	J_1	J_2	....	J_k	$J = \sum_{i=1}^{k} J_i$
Banyak Pengamatan	n_1	n_2	....	n_k	$\sum_{i=1}^{k} n_i$
Rata-Rata	$\overline{Y}_1$	$\overline{Y}_2$	....	$\overline{Y}_k$	$\overline{Y} = J \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i$

Dari daftar seperti ini kemudian dihitung besaran-besaran yang diperlukan ialah:

Jumlah nilai pengamatan untuk tiap perlakuan

$$J_i = \sum_{j=1}^{k} Y_{ij}$$

Jumlah seluruh nilai pengamatan

$$J = \sum_{i=1}^{k} J_i$$

Rata-rata tiap perlakuan

$$\overline{Y}_i = J_i / n_i$$

Rata-rata seluruh nilai pengamatan

$$\overline{Y} = J \Big/ \sum_{i-1}^{k} n_i$$

Harga-harga ini dapat dilihat dalam daftar di atas.
Selanjutnya diperlukan:
ΣY^2 = jumlah kuadrat-kuadrat (JK) semua nilai pengamatan

$$= \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2$$

R_y = jumlah kuadrat-kuadrat (JK) untuk rata-rata

$$= J^2 \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i$$

P_y = jumlah kuadrat-kuadrat (JK) antar perlakuan

$$= \sum_{i=1}^{k} n_i (\overline{Y}_i - \overline{Y})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{k} \left(J_i^2 / n_i\right) - R_y$$

E_y = jumlah kuadrat-kuadrat (JK) kekeliruan eksperimen

$$= \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} \left(Y_{ij} - \overline{Y}_i\right)^2$$

$$= \sum Y^2 - R_y - P_y$$

Setelah harga-harga di atas diperoleh, maka disusun sebuah daftar *analisis variasi*, disingkat ANAVA, seperti dapat dilihat di halaman berikut. Terlihat ada tiga sumber variasi, ialah: *rata-rata, antar perlakuan, dan kekeliruan eksperimen*. Harga RJK (rata-rata jumlah kuadrat-kuadrat) untuk tiap sumber variasi didapat dengan jalan membagi JK (jumlah kuadrat-kuadrat) oleh dk (derajat kebebasan) masing-masing

DAFTAR III (2)
ANAVA UNTUK DATA DALAM DAFTAR (1)

Sumber Variasi	Derajat Kebebasan (dk)	Jumlah Kuadrat-Kuadrat (JK)	Rata-Rata Jumlah Kuadrat-Kuadrat (RJK)

Rata-rata	1	R_y	$R = R_y$
Antar perlakuan	$k - 1$	P_y	$P = P_y/(k - 1)$
Kekeliruan Eksperimen (Dalam perlakuan)	$\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)$	E_y	$E = E_y/\Sigma(n_i - 1)$ $(s_c^2 = E)$
Jumlah	$\sum_{i=1}^{k} n_i$	$\Sigma.Y^2$	–

Contoh III (1):

Misalkan kita ingin menguji hipotesis bahwa tidak terdapat perbedaan mengenai efek 5 macam bibit kedelai produksi dalam negeri terhadap hasil panen. Selanjutnya dimisalkan bahwa semuanya tersedia 20 bidang (kotakan) tanah untuk melakukan percobaan (dikatakan bahwa tersedia 20 kotakan eksperimen). Untuk ini, bibit merupakan faktor dengan 4 taraf dan hanya satu-satunya faktor yang dipertimbangkan. Jadi kita berhadapan dengan eksperimen faktor tunggal. Agar supaya diperoleh desain acak sempuna, maka bibit harus digunakan secara acak kepada kotakan eksperimen, caranya ialah dengan jalan memberi nomor 1, 2, ..., 20 kepada kotakan eksperimen. Urutan yang pertama kali diambil menyatakan macam bibit yang harus digunakan untuk kotakan eksperimen No.1, urutan ke 2 yang diambil kedua kalinya menyatakan macam bibit yang harus digunakan untuk kotakan eksperimen No.2, dan begitu seterusnya.

Contoh III (2):

Empat macam jenis bibit kedelai produksi dalam negeri dalam rangka percobaan untuk meningkatkan jumlah produksi. Budidaya dilakukan di 18 petak tanah yang berbeda lokasi kemudian dicatat hasil produksi setelah selesai percobaan sesuai dengan waktu panen .

Tabel 3 (1) Hasil Panen /Produksi Kedelai Indonesia (Dalam Ons)

	Jenis Bibit Kedelai Indonesia				**Jumlah**
	Raja Basa	**Mutiara 1**	**Dena1**	**Dega1**	

Hasil Panen (Produksi) Ons/ 100 m2	12 20 23 10 17	14 15 10 19 22	6 16 16 20	9 14 18 19	
Jumlah	82	80	58	60	280
Banyak Pengamatan	5	5	4	4	18
Rata-rata	16,4	16,0	14,5	15,0	15,56

Sumber : Sudjana, Desain dan Analsis Eksperimen, 2017

Model yang berlaku untuk soal ini ialah:

$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$..........................III (1)

dengan: Y_{ij} = produksi kedelai untuk ke-j akibat ditanam di lokasi ke-i (i = 1, 2, 3, 4 sedangkan j = 1, 2, ..., 5 untuk i = 1, 2, 3, 4 untuk i = 3, 4)

μ = efek rata-rata sebenarnya

τ_i = efek karena makanan ke-i

ϵ_{ij} = efek unit eksperimen ke-j dengan kondisi tanah ke-i

Asumsi-asumsi lainnya juga perlu diambil yaitu: Y_{ij} berdistribusi normal dan $\epsilon_{ij} \sim DNI\ (0, \sigma_\epsilon^2)$.

Hipotesis yang akan diuji bergantung pada asumsi mengenai macam bibit τ_i. Jika kita berhadapan hanya dengan 4 macam bibit ini maka kita memiliki Model I (Model Tetap) dan hipotesisnya berbentuk:

$H: \ \tau_i = 0;$ ... ... III (2) .... $i = 1, 2, 3, 4$ dengan $\sum \tau_i = 0,$

yang berarti tidak ada perbedaan mengenai efek jenis bibit itu terhadap hasil panen/ produksi

Akan tetapi, jika keempat macam bibit ini merupakan sampel acak dari sejumlah jenis bibit yang masih banyak yang lainnya lagi (Sudah banyak jenis bibit yang telah dibudidayakan/ ditemukan), maka kita berhadapan dengan Model II (Model Acak) dan hipotesisnya berbentuk:

$H: \ \sigma_\tau^2 = 0$ ... ... III (3) ... ... dengan asumsi $\tau_i \sim DNI(0, \sigma_\tau^2)$

yang berarti tidak ada perbedaan mengenai efek semua macam bibit dari 4 jenis bibit yang dicobakan.

Untuk eksperimen yang diberikan di atas, kita ingin diselidiki adalah efek keempat macam jenis bibit; jadi kita berhadapan dengan model tetap. Harga-harga yang diperlukan untuk ANAVA adalah:

$$R_y = \frac{(280)^2}{18} = 4.355,56$$

$$B_y = P_y = \frac{82^2}{5} + \frac{80^2}{5} + \frac{58^2}{4} + \frac{60^2}{4} - 4.355,56 = 10,24$$

(B = bibit)

$$\Sigma Y^2 = 12^2 + 20^2 + \cdots + 18^2 + 19^2 = 4.738$$

$$E_y = 4.738 - 4,355,56 - 10,24 = 372,20$$

Dengan menggunakan Daftar 3 (1) diperoleh daftar ANAVA di bawah ini:

Tabel 3 (2) Aanava Untuk Data Dalam Daftar 3 (1)

Sumber Variasi	dk	JK	RJK	ERJK	F
Rata-rata	1	4.355,56	4.355,56	–	
Jenis bibit	3	10,24	3,41	$\sigma_\epsilon^2 + \varnothing(M)$ *)	0,128
Kekeliruan	14	372,20	26,59	σ_ϵ	
Jumlah	18	4.738	–	–	–

*) Untuk menyingkat dalam hal Model I, untuk ERJK sering ditulis dengan simbol $\varnothing(B) = (5\tau_1^2 + 5\tau_2^2 + 4\tau_3^2 + 4\tau_4^2)/3$, di mana B menyatakan makanan

Statistik F = P/ E ....III (4)
memberikan : F = 3,41/26,59 = 0,128

Jika untuk ini diambil taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, maka dari Daftar D (dalam Apendiks) untuk distribusi F dengan $\upsilon_1=3$ dan $\upsilon_2=14$ didapat F = 3,34. Karena F = 0,128 lebih kecil dari 3,34 maka hipotesis diterima. Ini berarti keempat macam bibit ini telah memberikan pengaruh yang sama terhadap hasil panen/produksi. jenis bibit kedelai apapun dari yang empat macam ini akan digunakan pengaruhnya sama saja (tidak ada perbedaan)

3.3. UJI RATA-RATA SESUDAH ANAVA

Dalam ANAVA dengan Model I telah diuji mengenai hipotesis bahwa tidak terdapat perbedaan di antara k buah taraf perlakuan. Jika pengujian menghasilkan hipotesis yang ditolak, berarti terdapat perbedaan yang berarti (sangat berarti, bergantung pada α yang diambil) di antara taraf-taraf perlakuan, maka adalah wajar akan timbul pertanyaan-pertanyaan sebagai berikut:

- rata-rata taraf perlakuan yang mana yang berbeda?
- apakah rata-rata taraf perlakuan kesatu berbeda dengan rata-rata taraf perlakuan yang kedua, dengan rata-rata taraf perlakuan yang ketiga, dengan rata-rata taraf perlakuan yang keempat?
- apakah rat-rata traf pertama dan kedua berbeda dari rat-rata taraf ketiga dan keempat?
- dapatkah disimpulkan rata-rata taraf kedua dua kali rata-rata taraf ketiga?
- dan sebagainya

Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan demikian, bergantung pada kapan pemilihan perbandingan atau *kontras* seperti di atas ditentukan; apakah *sebelum* eksperimen dilakukan atau *sesudah* data dikumpulkan.

3.3.1. Kontras Ortogonal

Jika *perbandingan* atau *kontras* mengenai rata-rata perlakuan telah direncakan terlebih dahulu *sebelum* eksperimen dilakukan, maka dengan hati-hati kontras dapat dipilih di mana banyak kontras tidak boleh melebihi banyak derajat kebebasan (dk) untuk rata-rata perlakuan. Metode yang biasa digunakan dalam hal ini disebut *metoda kontras ortognal*.

Definisi: (1)
Kontras C_p untuk kombinasi linier beberapa jumlah perlakuan J_i, $i = 1, 2, ..., k$ (pengamatan untuk tiap perlakuan sama banyak ialah sama dengan n) didefinisikan sebagai:
$C_p = C_{1p}J_1 + C_{2p}J_2 + ... + C_{kp}J_k$
dengan $C_{1p} + C_{2p} + ... + C_{kp} = 0$

Contoh (1) :

Untuk membandingkan perlakuan kesatu dan perlakuan kedua misalnya, kita dapat membentuk kontras C_1 berbentuk:
$C_1 = J_1 - J_2$. Kita lihat bahwa koefisien J_1 sama dengan +1 sedangkan koefisien J_2 sama dengan -1. Jadi $C_{11} = +1$ dan $C_{21} = -1$ sehingga $C_{11} + C_{21} = +1 - 1 = 0$. Kontras C_1 seperti di atas dapat dipakai untuk menyelidiki apakah rata-rata perlakuan kesatu sama pengaruhnya dengan rata-rata perlakuan kedua. Jika yang akan dibandingkan mengenai perlakuan kesatu dan kedua terhadap perlakuan ketiga misalnya, kita dapat mengambil kontras:

Definisi (2) :
Dua kontras C_p dan C_q dikatakan *kontras ortogonal* jika:
$C_p = C_{1p}J_1 + C_{2p}J_2 + ... + C_{kp}J_k$
$C_q = C_{1q}J_1 + C_{2q}J_2 + ... + CkqJ_k$

asalkan

$$\sum_{i=1}^{k} C_{1q}C_{iq} = 0$$

dan tiap perlakuan mengandung n buah pengamatan

Contoh **(2):**

Kita ambil Contoh, 4 perlakuan jenis bibit kedelai jadi perlakuan mempunyai dk = 3. Karenanya kita dapat membentuk kumpulan kontras paling banyak terdiri dari 3 buah. Salah satu di antaranya ialah:

$$C_1 = J_1 - J_4$$
$$C_2 = J_2 - J_3$$
$$C_3 = J_1 - J_2 - J_3 + J_4$$

Dapat dilihat bahwa C_1, C_2, dan C_3 masing-masing merupakan sebuah kontras, karena jumlah koefisien untuk C_1 (1 = 1, 2, 3) masing-masing sama dengan nol. Kontras C_1 membandingkan antara rata-rata perlakuan kesatu dan keempat, kontras C_2 antara perlakuan kedua dan ketiga sedangkan kontras C_3 membandingkan antara rata-rata perlakuan kesatu dan keempat dengan rata-rata perlakuan kedua dan ketiga. Untuk melihat apakah C_1, C_2, dan C_3 membentuk kumpulan kontras ortogonal, kita susun daftar koefisien kontras sebagai berikut

	J_1	J_2	J_3	J_4
C_1	+1	0	0	–1
C_2	0	+1	–1	0
C_3	+1	–1	–1	+1

Jumlah hasil kali koefisien-koefisien C_1 dan C_2 adalah
$(+1)(0) + (0)(+1) + (0)(-1) + (-1)(0) = 0$.
Jadi C_1 dan C_2 merupakan kontras-kontras ortogonal. Demikian pula hasil kali koefisien-koefisien C_1 dan C_3 besarnya = 0, karena $(+1)(+1) + (0)(-1) + (0)(-1) + (-1)(+1) = 0$.
Jadi C_1 dan C_3 membentuk kontras-kontras ortogonal. Akhirnya kita lihat jumlah hasil kali koefisien-koefisien C_2 dan C_3. Besarnya = $(0)(+1) + (+1)(-1) + (-1)(-1) + (0)(+1) = 0$.
Ternyata C_2 dan C_3 juga merupakan dua kontras ortogonal. Dengan demikian C_1, C_2, dan C_3 ketiga-tiganya membentuk kumpulan kontras ortogonal.

Kontras-kontras ortogonal ini dapat dipakai untuk membandingkan antara pengaruh perlakuan yang satu dengan yang lainnya. Adapun jumlah kuadrat-kuadrat kontras disingkat JK (C_p), dengan rumus:

$$JK\left(C_p\right) = \frac{C_p^2}{n\sum C_{ip}^2} \text{.........................} (1)$$

Jika banyak pengamatan tiap perlakuan = n. Selanjutnya, RJK (C_p) untuk tiap kontras yang mempunyai dk = 1 dibandingkan dengan RJK (kekeliruan) yang mempunyai dk = $\Sigma(n_i - 1)$, seperti persamaan statistik berikut:

$$F\,(Cp) = \frac{RJK(C_p)}{RJK\ (kekeliruan)} \text{....................}(2)$$

Statistik ini dipakai untuk menguji hipotesis:
H : $C_p = 0$, tolak H jika statistik F(C_p) dari Rumus II (4) lebih besar dari $F_{\alpha\left(1,\Sigma_{(n_i-1)}\right)}$ yang didapat dari daftr distribusi F dalam Apendiks (α = taraf signifikansi).

Contoh (3):

Kita gunakan pengujian kontras dari contoh di atas. Di situ telah didapat bahwa terdapat perbedaan yang berarti di antara hasil rata-rata ke-4 jenis bibit kedelai Indonesia. Sekarang akan diuji kumpulan kontras seperti telah diberikan dalam *Contoh III (1)* di atas, yaitu:

$C_1 = J_1 - J_4$
$C_2 = J_2 - J_3$
$C_3 = J_1 - J_2 - J_3 + J_4$

Kita dapatkan hipotesis:
$H_1 : C_1 = 0$ atau ekivalen dengan $H_1 : B_1 = B_4$
$H_2 : C_2 = 0$ atau ekivalen dengan $H_2 : B_2 = B_3$
$H_3 : C_3 = 0$ atau ekivalen dengan $H_3 : B_1 + B_4 = B_2 + B_3$

Dengan mengambil harga-harga yang tercantum dalam Daftar 3 (1) dan dengan menggunakan Rumus (1) diperoleh:

$$JK\,(C_1) = \frac{\{82 - (60)\}^2}{5(1)^2 + 4(1)^2} = 44{,}4$$

$$JK\,(C_2) = \frac{\{80 - (58)\}^2}{5(1)^2 + 4(1)^2} = 53{,}78$$

$$JK\,(C_3) = \frac{\{82 - 80 - (58) + (60)\}^2}{5(1)^2 + 5(1)^2 + 4(1)^2 + 4(1)^2} = 0{,}89$$

Dari daftar 3 (2) telah diperoleh RJK (kekeliruan) = 26,59 dengan dk = 14. Karenanya, Rumus (2) memberikan

F (C_1) = 44,44/26,59 = 1,67
F (C_2) = 53,78/26,59 = 2,02

F(C_3) = 0,89/26,59 = 0,03

Apabila α = 0,05 maka dari daftar distribusi F didapat $F_{0,05(1,14)}$ = 4,60. Kita lihat bahwa H_1 dan H_2 serta H_3 diterima.

Kesimpulan : **tidak terdapat perbedaan hasil panen/produksi antara jenis bibit kedelai Rajabasa dengan Dega1, Mutiara 1 dengan Dena1 serta Raja Basa dan Dega1 dengan Mutiara1 dan Dena1**

Metode kontras ortogonal banyak digunakan dalam analisis desain eksperimen. Untuk banyak pengamatan dalam tiap perlakuan masing-masing sama dengan n, caranya telah diberikan di atas. Jika tiap perlakuan berukuran berlainan, yakni perlakuan ke-i berisikan pengamatan sebanyak n_i, i = 1, 2, ..., k, maka kontras C_p didefinisi sebagai:

$C_p = C_{1p}J_1 + C_{2p}J_2 + ... + C_{kp}J_k$

dengan $n_1C_{1p} + n_2C_{2p} + ... + n_kC_{kp} = 0$

dan dua kontras C_p dan C_q ortogonal apabila

$$\sum_{i=1}^{k} n_i C_{ip}C_{iq} = 0$$

Untuk pengujian kontras ini diambil jumlah kuadrat-kuadrat kontras JK (C_p):

$$JK(C_p) = \frac{C_p^2}{\sum n_i C_{ip}^2} \qquad (3)$$

Sedangkan cara melakukan pengujiannya sama seperti telah dijelaskan di atas.

3.3.2. Pengujian Rata-Rata Sesudah Eksperimen Lainnya

Metode kontras ortogonal untuk menyelidiki perbandingan antara rata-rata perlakuan, digunakan apabila peneliti ingin mengadakan perbandingan tersebut diambil *sebelum* eksperimen dilakukan. Perbandingan dapat dipilih seperti telah diruaikan di atas dan ini tidak akan mengganggu resiko α dari ANAVA. Apabila penyelidikan perbandingan antara perlakuan ditentukan sesudah data diperiksa, jadi setelah pengujian ANAVA dilakukan, maka α tidak akan berubah. Ini dikarenakan bahwa penentuan yang diambil tidak secara acak melainkan berdasarkan hasil yang telah dicapai. Meskipun demikian, perbandingan antara perlakuan masih dapat dilakukan dengan metode-metode khusus, diantaranya:

a) Uji rentang Newman – Keuls
b) Uji Scheffe

Penggunaan kedua cara ini akan dijelaskan di bawah ini,

a) Uji Rentang Newman – Keuls

Langkah-langkah utama untuk melakukan uji Newman – Keuls ini adalah:

1. Menyusun k buah rata-rata untuk perlakuan menurut urutan nilainya, dari yang paling kecil sampai kepada yang terbesar
2. Dari daftar ANAVA, diambil harga RJK kekeliruan disertai dk nya
3. Menghitung kekeliruan baku rata-rata untuk tiap perlakuan dengan rumus:

$$s_{\bar{Y}_i} = \sqrt{\frac{\text{RJK (kekeliruan)}}{n_i}} \text{.........................} \quad (1)$$

   RJK (kekeliruan) juga didapat dari daftar ANAVA.
4. Menentukan taraf signifikansi α, lalu gunakan *daftar Rentang Student* yang tercantum dalam Apendiks, Daftar E. Daftar ini mengandung dk = υ dalam kolom kiri dan p dalam baris atas. Untuk uji Newman – Keuls, diambil υ = dk dari RJK (kekeliruan) dan p = 2, 3, ..., k. Harga-harga yang didapat dari badan daftar sebanyak (k – 1) untuk υ dan p supaya dicatat.
5. Kalikan harga-harga yang didapat di titik 4 di atas masing-masing dengan $s_{\bar{Y}_i}$. Dengan jalan demikian diperoleh apa yang dinamakan *rentang signifikan terkecil (RST).*
6. Bandingkan selisih rata-rata terbesar dan rata-rata terkecil dengan RST untuk p = k, selisih rata-rata terbesar dan rata-rata terkecil kedua dengan RST untuk p = (k – 1), dan seterusnya. Demikian pula kita bandingkan selisih rata-rata terbesar kedua dan rata-rata terkecil dengan RST untuk p = (k – 1), selisih rata-rata terbesar kedua dan rata-rata terkecil kedua dengan RST untuk p = (k – 2), dan seterusnya. Dengan jalan begini, semuanya akan ada ½k (k – 1) pasangan yang harus dibandingkan. Jika selisih-selisih yang didapat lebih besar daripada RST nya masing-masing, maka disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang berarti di antara rata-rata perlakuan.

   Untuk menjelaskan hal yang diuraikan di atas, marilah kita perhatikan contoh berikut.

Contoh (4):

Kita selidiki mengenai pengaruh waktu tanam terhadap rata-rata hasil panen/ produksi. Supaya lebih mudah kita gunakan data yang dikoding, dengan mengurangi tiap data dengan 50.

Tabel 3 (3) Hasil Panen/ Produksi Kedelai Indonesia (Dalam Ons)

	Waktu Tanam			
	Mei	**Juni**	**Juli**	**Agustus**
Hasil Panen (Produksi) Ons/ 100 m2	50 61 64 50 55	62 56 55 60 59	46 43 45 45 39	45 42 41 39 43

Tabel 3 (4) Hasil Panen /Produksi Kedelai Indonesia (Dalam Ons)

	Waktu Tanam				Jumlah
	Mei	**Juni**	**Juli**	**Agustus**	

Hasil Panen (Produksi) Ons / 100 m2	0 11 14 6 5	12 6 5 10 9	-4 -7 -5 -5 11	-5 -8 -9 -11 -7	
Jumlah	36	42	-32	-40	6
Banyak Pengamatan	5	5	5	5	20
Rata-rata	7,2	8,4	-6,4	-8,0	0,3

Sumber: Sudjana, Desain dan analisis Eksperimen,2017

R_y

$$= \frac{(6)^2}{20} = 1{,}8$$

W_y

$$= P_y = \frac{36^2}{5} + \frac{42^2}{5} + \frac{-32^2}{5} + \frac{-40^2}{5} - 1{,}8 = 1{,}135$$

ΣY^2

$$= 6^2 + 5^2 + \cdots + (-11)^2 + (-8)^2 = 1{,}340$$

E_y

$$= 1.340 - 1{,}8 - 1{,}135 = 203{,}2$$

Tabel 3 (5) Anava Untuk Data Dalam tabel 3 (4)

Sumber Variasi	dk	JK	RJK	ERJK	F
Rata-rata Jenis bibit Kekeliruan	1 3 16	1,8 1,135 203,2	1,8 378,3 12,7	– $\sigma_\epsilon^2 + \varnothing(M)$*) σ_ϵ	29,79
Jumlah	20	1,340	–	–	–

rata-rata : −8,0 ; −6,4 ; 7,2 ; 8,4
perlakuan : 4 3 1 2
Dari daftar ANAVA diperoleh RJK (kekeliruan) = 2,7 dengan dk = 16
Kekeliruan baku rata-rata untuk tiap perlakuan besarnya

$$s_{\bar{Y}_i} = \sqrt{\frac{12{,}7}{5}} = 1{,}59$$

Dari daftar E, dalam Apendiks, dengan υ = 16 dan α = 0,05 didapat

P =	2	3	4
rentang =	3,00	3,65	4,05

Mngalikan harga rentang yang diperoleh dengan 1,59, maka didapat RST untuk tiap p sebagai berikut:

P	=	2	3	4
RST	=	4,77	5,80	6,44

Langkah terakhir menghasilkan perbandingan antara perlakuan

2 lawan 4	→	16,4 > 6,44
2 lawan 3	→	14,8 > 5,80
2 lawan 1	→	1,2 < 4,77
1 lawan 4	→	15,2 > 5,80
1 lawan 3	→	13,6 > 4,77
3 lawan 4	→	1,6 < 4,77

Dari langkah terakhir ini kita lihat bahwa terdapat perbedaan antara perlakuan 2 dan 4, 2 dan 3, 1 dan 4 dan 1 dan 3, yaitu panen/produksi Juni berbeda dengan hasil panen Juli, hasil Mei berbeda dengan hasil Agustus, hasil Mei berbeda dengan hasil Agustus dan hasil Mei berbeda dengan hasil Juli. Perbandingan lainnya tidak memberikan perbedaan yang berarti.

b) Uji Scheffe

Uji Newman-Keuls digunakan untuk membandingkan pasangan rata-rata perlakuan, Cara ini yang dibandingkan setiap dua hasil perlakuan. Sering dikehendaki untuk mengadakan perbandingan tidak saja berbentuk berpasangan, melainkan merupakan *kombinasi linier* diaripada perlakuan, khususnya berbentuk kontras. Uji Scheffe memungkinkan untuk melakukan hal ini, di mana kontrasnya tidak perlu ortogonal. Karena kontras lebih umum daripada perbandingan berpasangan, maka akibatnya uji Scheffe lebih umum daripada uji Newman-Keuls.

Langkah-langkah yang diempuh untuk menggunakan uji Scheffe adalah:

1. Menyusun kontras C_p yang diinginkan dan lalu hitung harganya.
2. Mengambil taraf signifikansi α , derajat kebebasan $\upsilon_1 = (k - 1)$ dan $\upsilon_2 = (\Sigma\, n_1 - k)$, untuk ANAVA supaya dihitung nilai kritis $F_{\alpha(\upsilon 1,\, \upsilon 2)}$.
3. Menghitung $A = \sqrt{(k-1)F}$ dengan F yang didapat dari langkah 2 di atas.
4. Menghitung kekeliruan baku tiap kontras yang akan diuji, dengan rumus

$$s(C_p) = \sqrt{\text{RJK (kekeliruan) x} \sum n_1 c_{ip}^2}$$

5. Jika harga kontras C_p lebih besar daripada A x s(Cp), maka hasil pengujian dinyatakan signifikan. Atau, jika $|C_p| >$ [illegible] $x\, s(C_p)$, maka kita tilak hipotesis bahwa kontras antara rata-rata seama dengan nol.

Langkah-langkah di atas akan jelas kiranya apabila diperhatikan contoh berikut:

Contoh (5):

Misalkan untuk data dalam Daftar 3 (1) kita bermaksud untuk membandingkan rata-rata perlakuan kesatu dan rata-rata perlakuan kedua, dan membandingkan perlakuan kesatu dengan tiga perlakuan lainnya. Kontrasnya untuk kedua hal ini adalah:

$C_1 = J_1 - J_2$

$C_2 = 3J_1 - J_2 - J_3 - J_4$

Nampak bahwa C_1 dan C_2 tidak ortogonal. Untuk menyelidiki kedua kontras di atas dengan Uji Scheffe, menurut langkah-langkah di atas kita peroleh:

$C_1 = 36 - 42 = -6$

$C_2 = 3(36) - 42 - (-32) - (-40) = 138$

Dari daftar ANAVA, Daftar 3 (1) didapat $\upsilon_1 = 3$, $\upsilon_2 = 16$ dan untuk $\alpha = 0{,}05$ diperoleh $F = 3{,}24$.

$$A = \sqrt{3(3{,}24)} = 3{,}12$$

$$\text{dan } s(C_1) = \sqrt{(12{,}7)\{5(1)^2 + 5(-1)^2\}} = 11{,}27$$

$$s(C_2) = \sqrt{(12{,}7)\{5(3)^2 + 5(-1)^2 + 5(-1)^2 + +5(-1)^2\}}$$
$$= 27{,}60$$

Untuk C_1, didapat A x s(C1) = 35,16 dan karena $|C_p| = 6 < 35{,}16$ maka kontras C_1 tidak signifikan. Antara perlakuan kesatu dan perlakuan kedua tidak berbeda secara berarti. Ini cocok dengan hasil berdasarkan uji Newman-Keuls.

Untuk C_2, didapat A x $s(C_2) = 86{,}11$ dan karena $C_2 = 138 > 86{,}11$ maka kontras C_2 bersifat signifikan. Ini menyatakan adanya perbedaan hasil perlakuan pertama dengan ketiga perlakuan lainnya.

3.4. Batas-Batas Konfidensi Untuk Rata-Rata

Kita ambil Model I yang terdiri dari k buah taraf perlakuan. Data sampel untuk model ini dapat dilihat dalam Daftar (1) dengan rata-rata perlakuan ke i sama dengan $\overline{Y}_i$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$. Sampel tersebut tentu saja telah diambil dari sebuah populasi dengan rata-rata populasi untuk tiap perlakuan sama dengan $\mu_i (i = 1, 2, \ldots, k)$. Pertanyaan yang timbul setelah ANAVA dilakukan ialah menaksir rata-rata μ_i dan menentukan interval konfidensi $(1 - \alpha)$ 100% untuk rata-rata μ_i. Cukup jelas hendaknya bahwa *titik taksiran* atau *harga taksiran* untuk μ_i ialah $\overline{Y}_i$.

Untuk menentukan *interval taksiran* parameter μ_i diperlukan kekeliruan baku rata-rata perlakuan ke-i yang dihitung dengan Rumus (6), yang dapat ditulis pula sebagai:

$s_{\bar{Y}_i} = \sqrt{E/n_i}$....................... (1)

Interval konfidensi (1 – α) 100% untuk μ_i dihitung dengan menggunakan:

$\bar{Y}_i - t_{1-1/2\alpha}\sqrt{E/n_i} < \mu_i < \bar{Y}_i + t_{1-1/2\alpha}\sqrt{E/n_i}$.............(2)

dengan $t_{1-1/2\alpha}$ didapat dari daftar distribusi Student (Daftar B, dalam Apendiks) dengan dk = dk untuk sumber variasi kekeliruan.

Contoh (6):

Untuk menghitung interval konfidensi 95% untuk rata-rata perlakuan μ_i dari hasil ANAVA dalam Daftar 3 (1) menghasilkan

$$s_{\bar{Y}_i} = \sqrt{E/n_i} = \sqrt{12{,}7/5} = 1{,}59$$

Dari daftar distribusi Student dengan dk = 16 didapat harga $t_{0,9750}$ = 2,120; sehingga interval konfidensi untuk μ_i dengan

$\bar{Y}_i = 7{,}2$ adalah

$7{,}2 - (2{,}12)(1{,}59) < \mu_i < 7{,}2 + (2{,}12)(1{,}59)$

atau $3{,}83 < \mu_i < 10{,}57$

Karena harga-harga ini didapat dari data dengan cara koding (dikurangi 50) maka harga sebenarnya harus ditambah 50.

Hasilnya: 53,58 < μ_i <60,57.

Batas-batas konfidensi untuk taksiran rata-rata lainnya dapat ditentukan dengan cara yang sama.

3.5. Komponen Variansi

Dalam contoh-contoh telah kita lihat bagaimana pengujian pengaruh rata-rata tiap taraf perlakuan dilakukan dengan jalan menggunakan ANAVA. Demikian pula cara-cara pengujian dengan menggunakan kontras ortogonal dan penentuan interval konfidensi untuk rata-rata taraf perlakuan. Langkah-langkah tersebut dilakukan terhadap analisis pengaruh taraf perlakuan berdasarkan *model tetap*.

Untuk *model acak* atau Model II, biasanya peneliti tidak tertarik pada pengujian seperti di atas, melainkan pada taksiran *komponen variansi*.

Pada daftar ANAVA untuk model acak dengan Persamaan (1). Di situ nampak bahwa ERJK untuk kekeliruan hanya berisikan sebuah *komponen variansi*, ialah σ_ϵ^2. Hal ini memang demikian oleh karena hanya faktor ϵ_{ij} yang menyebabkan atau menghasilkan variasi di antara unit-unit eksperimen. Namun, ERJK untuk perlakuan ternyata berisikan dua *komponen variansi* ialah σ_ϵ^2 dan σ_τ^2. Karena JK untuk perlakuan melukiskan variasi antara rata-rata daripada semua pengamatan yang dicatat untuk tiap perlakuan dan karena rata-rata tersebut akan bervariasi disebabkan oleh adanya variasi antara perlakuan dan variasi antara unit-unit eksperimen dalam perlakuan, maka ERJK untuk perlakuan berisikan kedua komponen variansi tersebut di atas. Dengan demikian dalam model acak, kita dapat menghitung berapa besar variansi di dalam eksperimen dapat dianggap sebagai akibat adanya perbedaan rata-rata perlakuan dan berapa besar disebabkan oleh karena kekeliruan acak sekitar rata-rata tersebut. Untuk menaksir variansi σ_ϵ^2 dan σ_τ^2 digunakan taksiran tak biasnya masing-masing. Ternyata bahwa taksiran tak biasnya untuk σ_ϵ^2 ialah $s_\epsilon^2 = E$. Selanjutnya, apabila taksiran tak bias untuk σ_τ^2 dinyatakan dengan s_τ^2, maka ternyata bahwa taksiran tak bias untuk $(\sigma_\epsilon^2 + n_o\sigma_\tau^2)$ adalah $(s_\epsilon^2 + n_o s_\tau^2)$.

Dari daftar ANAVA, harga s_τ^2 dapat dihitung apabila diambil $(s_\epsilon^2 + n_o s_\tau^2) = P$ dengan $s_\epsilon^2 = E$ dan
$n_o = \left(\sum n_i - \sum n_i^2 / \sum n_i\right)/(k-1)$.

Contoh (7):

Lihat Contoh Model Acak pada daftar 3 (1) Dari uraian di atas kita dapatkan bahwa taksiran tak bias untuk σ_ϵ^2 adalah $s_\epsilon^2 = 12{,}7$ sedangkan untuk $(\sigma_\epsilon^2 + 3\sigma_\tau^2)$ ialah $(s_\epsilon^2 + 3s_\tau^2) = 378{,}3$. Mensubstitusikan harga $s_\epsilon^2 = 12{,}7$ ke dalam persamaan terkahir ini, didapat $s_\tau^2 = 121{,}9$. Karena variansi untuk keseluruhannya = s^2 = $(s_\epsilon^2 + s_\tau^2)$, maka s2 = 134,6. Dari sini didapat (121,9/134,6) x 100% = 90,56% dari variansi keseluruhan yang dapat dianggap sebagai akibat pebedaan *antara kelompok* dan hanya 9,43% disebabkan oleh adanya kekeliruan *dalam kelompok*.

Dalam desain yang lebih rumit nanti, akan ternyata bahwa penentuan harga-harga komponen variansi sangat penting untuk menentukan *efisiensi desain*. Untuk hal ini, di sini akan diambil definisi tentang efisiensi sebuah desain berdasarkan variansi rata-rata perlakuan $s_{\bar{Y}_i}^2$, yaitu:

Kita katakan bahwa desain pertama lebih efisien daripada desain kedua apabila $s_{\bar{Y}_i}^2$ desain pertama lebih kecil daripada $s_{\bar{Y}_i}^2$ desain kedua.

Jika variansi rata-rata perlakuan dari kedua desain dibandingkan dan dinyatakan dalam persen, maka diperoleh *efisiensi relatif*, disingkat ER. Jadi

$$\mathrm{ER}\,(\text{desain I terhadap desain II}) = \frac{s_{\bar{Y}_i}^2(\text{desain II})}{s_{\bar{Y}_i}^2(\text{desain I})} \times 100\%$$

BAB IV
DESAIN BLOK ACAK

4.1. Pendahuluan

Dalam suatu penelitian terkadang kita tidak bisa menghindari keterlibatan faktor lain selain faktor yang akan kita amati, yang akan kita analisa dan kita peroleh kesimpulannya. Dalam desain blok ada 2 faktor yang terlibat namun kita hanya akan melakukan pengamatan dan analisa serta hanya akan mengambil kesimpulan dari salah satu faktor saja yang lebih penting dari 1 faktor lainnya.

Dalam kasus seperti ini kekeliruan acak tidak hanya merupakan kekeliruan eksperimen akan tetapi juga termasuk variasi antara faktor lain yang terlibat. Desain eksperimen bertujuan untuk mengurangi terjadinya kekeliruan eksperimen, maka desain yang lebih baik perlu ditemukan. Desain dimaksud dalam kasus ini dinamakan *desain blok acak* yang diuraikan di bawah ini.

4.2. DESAIN BLOK LENGKAP ACAK

Desain acak sempurna tidak dapat menghilangkan variasi kekeliruan antara faktor lain yang terlibat . Agar dapat mengurangi terjadinya kekeliruan eksperimen, maka bukan saja pengambilan sampel untuk perlakuan jenis bibit saja tetapi faktor lokasi atau waktu tanam perlu dilakukan . Dengan jalan demikian keadaan yang lebih bersifat homogen akan tersedia untuk melakukan percobaan terhadap jenis bibit. Kumpulan unit-unit untuk mencapai kelompok homogen dinamakan *blok* dan pengacakan, karenanya terbatas di dalam blok.

Untuk contoh penelitian penggunaan macam jenis bibit, maka lokasi tanam atau waktu tanam merupakan blok lengkap dan dalam tiap blok terjadi pengacakan, maka desain yang demikian dinamakan *desain blok lengkap acak.*

Secara umum, desain blok lengkap acak adalah sebuah desain dengan

1) Unit-unit eksperimen dikelompokkan ke dalam blok sedemikan sehingga unit-unit eksperimen di dalam blok secara relatif bersifat homogen dan banyak unit eksperimen di dalam sebuah blok sama dengan banyak perlakuan yang sedang diselidiki.
2) Perlakuan dikenakan secara acak kepada unit-unit eksperimen di dalam tiap blok.

Untuk keperluan analisis desain blok lengkap acak diambil model linier bersifat aditif berbentuk:

$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \pi_j + \epsilon_{ij}$ .... IV (1)

$i = 1, 2, \ldots, b$ (banyak blok)

$j = 1, 2, \ldots, p$ (banyak perlakuan)

dengan Y_{ij} = variabel yang diukur

μ = efek rata-rata (umum)

β_i = efek blok ke-i

π_j = efek perlakuan ke-j

ϵ_{ij} = efek unit eksperimen dalam blok ke-i karena perlakuan ke-j

Di sini masih perlu diambil asumsi bahwa

$$\sum_{i=1}^{b} \beta_i = 0 \text{ dan } \epsilon_{ij} \sim \text{DNI } (0, \sigma_\epsilon^2)$$

Asumsi mengenai π_j, seperti dalam Bab II, masih bergantung pada apakah kita mempunyai model tetap (Model I) ataukah model acak (Model II).

Hasil pengamatan untuk desain dengan model di atas biasanya diatur seperti dalam daftar berikut.

DAFTAR IV (1)
BAGAN PENGAMATAN UNTUK DESAIN BLOK LENGKAP ACAK

Blok	PERLAKUAN				Jumlah	Rata-rata
	1	2	...	P		
1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1p}	J_{10}	$\overline{Y}_{10}$
2	Y_{12}	Y_{22}	...	Y_{2p}	J_{20}	$\overline{Y}_{20}$
.	.	.		.	.	.
.	.	.		.	.	.
.	.	.		.	.	.
B	Y_{b1}	Y_{b2}	...	Y_{bp}	J_{bo}	$\overline{Y}_{bo}$
Jumlah	J_{o1}	J_{o2}	...	J_{op}	J	—
Rata-rata	$\overline{Y}_{10}$	$\overline{Y}_{20}$		$\overline{Y}_{op}$	—	$\overline{Y}_{oo}$

Untuk jumlah dipakai simbol J_{oj} (j = 1, 2, ..., p) untuk menyatakan jumlah hasil pengamatan perlakuan ke-j dan J_{io} (i = 1, 2, ..., b) untuk menyatakan jumlah pengamatan dalam blok ke-i. Demikian pula untuk rata-ratanya telah dipakai simbol $\overline{Y}_{oj}$ yang menyatakan rata-rata pengamatan untuk perlakuan ke-j dan $\overline{Y}_{io}$ rata-rata pengamatan dalam blok ke-i. Simbol $\overline{Y}_{oo}$ dipakai untuk menyatakan rata-rata dari seluruh hasil pengamatan.

Untuk menyusun dafar ANAVA, seperti biasa diperlukan harga jumlah kuadrat-kuadrat berbagai sumber variasi, ialah:

$$\sum Y^2 = \sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{p} Y_{ij}^2$$

$$R_y = J^2/bp$$

$$B_y = \sum_{i=1}^{b}\left(J_{io}^2/p\right) - R_y$$

$$P_y = \sum_{j=1}^{p}\left(J_{oj}^2/b\right) - R_y$$

$$E_y = \sum Y^2 - R_y - P_y - B_y$$

Dengan demikian, daftar ANAVA untuk desain blok lengkap acak bentuknya seperti dalam Daftar IV (2)

DAFTAR IV (2)
ANAVA UNTUK DESAIN BLOK LENGKAP ACAK
SATU PENGAMATAN TIAP UNIT EKSPERIMEN
(MODEL TETAP)

Sumber Variasi	dk	JK	RJK	ERJK
Rata-rata	1	R_y	R	—
Blok	b – 1	B_y	B	$\sigma_\epsilon^2 + p\sum \beta_i^2/(b-1)$
Perlakuan	p – 1	P_y	P	$\sigma_\epsilon^2 + b\sum \pi_j^2/(p-1)$
Kekeliruan	(b – 1)(p – 1)	E_y	E	σ_ϵ^2
Jumlah	bp	$\sum Y^2$	—	—

Hipotesis untuk model tetap (Model I) dengan asumsi $\sum \pi_j = 0$, tentunya

H : $\pi_j = 0$ untuk (j = 1, 2, ..., p).............. IV (2)

yang berarti tidak terdapat perbedaan mengenai rata-rata efek tiap perlakuan yang dapat diuji dengan menggunakan statistik

F = P/E ....IV (3)

Tolak hipotesis H jika F lebih besar daripada $F_{\alpha(\upsilon_1,\upsilon_2)}$ yang didapat dari daftar distribusi F dengan dk pembilang υ_1 = (p – 1), dk penyebut υ_2 = (b – 1)(p – 1) dan taraf signifikansi α.

Bagaimana halnya dengan efek daripada blok? Kita lihat bahwa perlakuan telah dipilih secara acak untuk digunakan terhadap unit eksperimen dalam tiap blok. Akan tetapi pembentukan blok tidak dilakukan secara acak (karena diperlukannya sifat homogen dalam tiap blok). Ini mengakibatkan tidak dapat dilakukannya pengujian statistis mengenai efek daripada blok. Dengan kata lain, dalam desain blok hanya terhadap efek perlakuan saja pengujian dilakukan dan tidak terhadap efek blok.

Apabila selanjutnya dikehendaki interval konfidensi rata-rata tiap efek perlakuan $\mu_j = (\mu + \pi_j)$, maka diperlukan taksiran daripada σ_ϵ^2, ialah $s_\epsilon^2 = E$ dan juga variansi rata-rata perlakuan

$$s_{\bar{Y}_{oj}}^2 = E/b = s_\epsilon^2/b \text{......................... IV (4)}$$

Dengan koefisien konfidensi (1 – α) kita peroleh interval konfidensi (1 – α) 100% untuk μ_j dengan rumus

$$\bar{Y}_{oj} - t_{1-\alpha/2}\sqrt{E/b} < \mu_j < \bar{Y}_{oj} + t_{1-\alpha/2}\sqrt{E/b} \text{........... IV (5)}$$

Tentulah $t_{1-\alpha/2}$ didapat dari daftar distribusi Student dengan dk = (b – 1)(p – 1).

Contoh IV (1) :

Pemilihan Varietas Kedelai Produksi Dalam Negeri
Dengan Lokasi Tanam Terhadap Hasil produksi
Untuk Memenuhi Kebutuhan

Nelly Budiharti[1], ING Wardana[2]

[1] National Technology Institute, 65145, Malang-Indonesia
[2]Mechanical Engineering Department of Brawijaya University, 65145, Malang-Indonesia
Email : nelly@lecturer.itn.ac.id

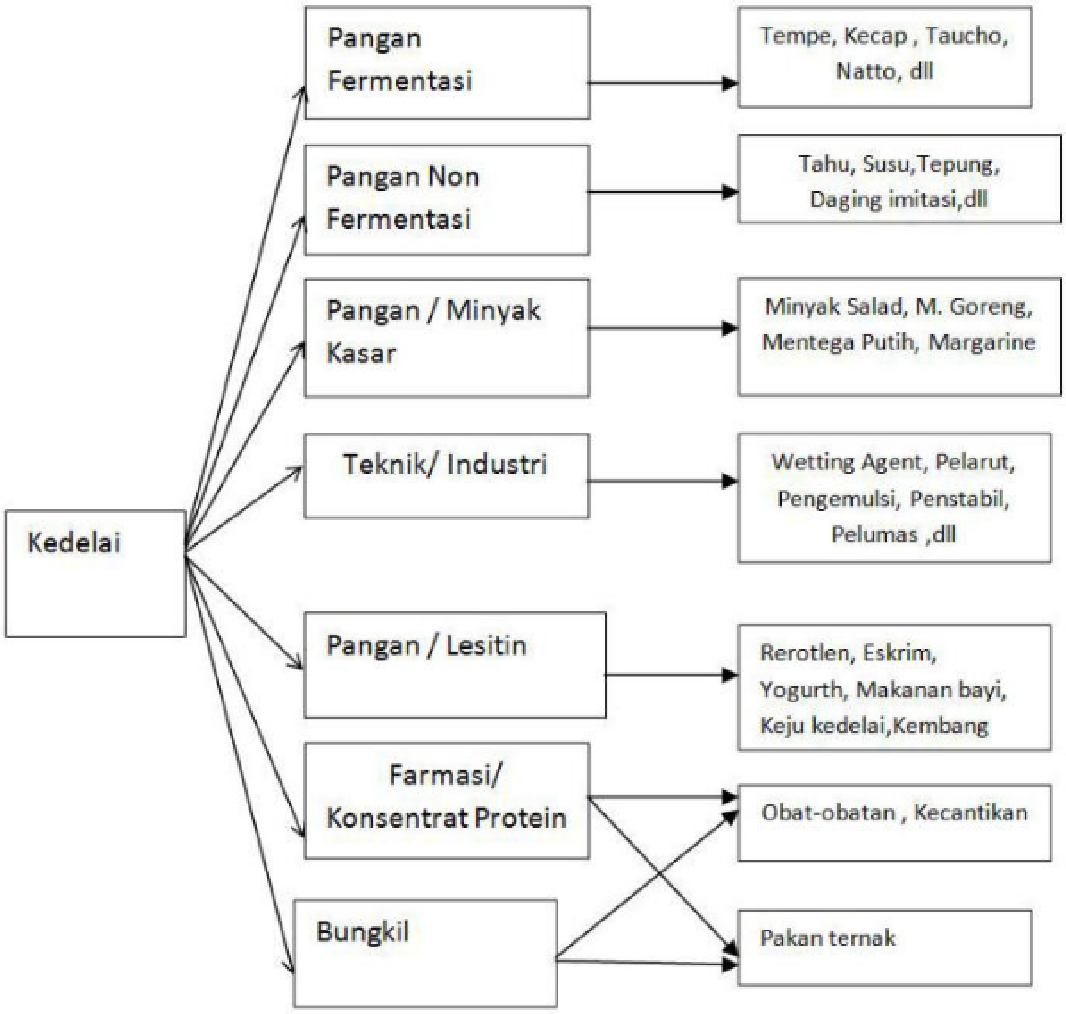
Abstrak.

untuk mengatasi ketahanan pangan, pemerintah mempunyai Rencana Jangka Panjang Nasional (RPJN) tahun 2005- 2025 yang menyimpulkan bahwa sampai tahun 2019 Indonesia masih defisit kedelai nasional lebih dari 229 %. Tujuan dari penelitian ini adalah : Melakukan penanaman Kedelai Produksi dalam negeri di berbagai lokasi dalam rangka untuk memenuhi kebutuhan. Penelitian ini dilakukan dengan cara eksperimen menggunakan 5 varietas unggul yang ditanam di 3 kecamatan

di kabupaten Malang, provinsi Jawa Timur, Indonesia. Pengolahan dan Analisa data menggunakan desain eksperimen yaitu desain blok acak dengan tingkat kepercayaan 95 % . Hasil penelitian diperoleh bahwa penyebab hasil produksi yang berbeda bukan dikarenakan penggunaan varietas yang berbeda. Varietas kedelai produksi dalam negeri memiliki profil masing-masing. Banyak faktor dalam pemilihan varietas kedelai produksi dalam negeri antara lain yaitu ukuran dan warna.
Keywords : Varietas Kedelai, Kedelai Produksi Dalam Negeri, Hasil produksi

1. Pendahuluan

Manfaat kedelai yang begitu besar dan banyak kegunaannya, sehingga pelaku industri berminat untuk mengembangkan berbagai sektor industri yang berbahan baku kedelai. Lebih jelas lagi dapat dilihat pada pohon industri kedelai seperti pada gambar dan tabel di bawah ini.



Gambar 1. Pohon industri kedelai (Marwoto dan Hilman, Y.2005: 14).

Dalam kenyataannya kebutuhan kedelai ini diperoleh dari import. Sampai dengan tahun 2019 (Studi Pendahuluan Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional/RPJMN, Direktorat Pangan dan Pertanian, 2013: 169), diperkirakan import kedelai sebesar 226 %. Daerah jawa timur adalah penghasil kedelai terbanyak di Indonesia (rangking ke1), rata rata 42,93% dari total produksi kedelai Indonesia. Penyuplai terbesar berikutnya yaitu Jawa Tengah (rangking ke 2), 18%. Nusa Tenggara Barat (ranking ke 3), 8,79% dan Aceh serta Jawa Barat bergantian masuk dalam rangking ke 4 memberikan kontribusi masing-masing sebesar 6,10% dan 5,62%. Terlihat perbedaan yang sangat besar antara penyuplai rangking 1 dengan rangking 2,3 dan rangking ke 4 apalagi dengan penyuplai dari provinsi lainnya se Indonesia (Perkembangan Produksi Kedelai Nasional 2010-2013, BPS 2013 : No.73/11/ Th. XVI, 1 November 2013:8). Jember dan Banyuwangi merupakan produksi kedelai terbesar di Jawa timur (BPS 2013). Maka sangat perlu diupayakan untuk melakukan penanaman di daerah lain. Dalam hal ini peneliti melakukan penanaman di Kabupaten Malang, karena Malang sudah menjadi icon kota pengrajin makanan krepek tempe, namun petani kedelai sangat kecil yaitu hanya sebesar 11,67 Kw/ha (Potensi tanaman pangan di setiap kabupaten di provinsi awa Timur, 2013-01-24, 21:14:00)

2. Metode Penelitian

Penelitian dilakukan dengan ekperimen dengan menerapkan 5 bibit unggul yang diterapkan di 3 kecamatan di Kabupaten malang, Provinsi Jawa Timur, Indonesia . Pengolahan dan analisa data menggunakan disain eksperimen. Desain eksperimen yang dipakai sesuai dengan perlakuan yang dilakukan dalam hal ini 5 varietas kedelai yang ditanam pada 3 lokasi. Dalam Budidaya kedelai produksi dalam negeri sudah banyak verietas yang ditemukan maka model yang digunakan bersifat acak artinya kesimpulan berlaku untuk semua varietas kedelai produksi dalam negeri yang lainnya.

3. Hasil dan pembahasan

Dari hasil eksperimen, dengan melakukan penanaman kedelai produksi dalam negeri sesuai dengan teori dan pedoman dari unit penelitian dan pengembangan tanaman kedelai, departemen pertanian khususnya tanaman pangan, Kabupaten Jember, Provinsi Jawa Timur, Indonesia. Data hasil produksi dari 5 varietas kedelai produksi dalam negeri sebagai berikut:

Tabel 4.1 Hasil Produksi 5 Varietas Kedelai Produksi Dalam Negeri (Ton/ha)

Blok Lokasi Tanam	Varietas					Jumlah	Rata-Rata
	Raja Basa	Mutiara 1	Dega 1	Dena 1	Grobogan		
Gadang	2,05	2,4	2,78	2,05	2,77	12,05	2,41
Singosai	2,2	2,7	2,77	2,10	2,78	12,55	2,51
Tumpang	2,4	2,7	2,91	1,9	3,01	13,01	2,60
Jumlah	6,65	7,8	8,46	6,05	8,65	37,6	-
Rata-rata	2,22	2,6	2,82	2,02	2,88	-	2,51

Sumber: Nelly dan I.N.G. Wardana, Laporan Hibah Pasca Doktor,2018

Hipotesa : Varians (σ^2) = 0;

Tidak ada perbedaan hasil panen Karena penggunaan bermacam jenis bibit dengan Lokasi tanam.

$\sum Y^2 = (2{,}05)^2 + (2{,}2)^2 + \ldots + (2{,}78)^2 + (3{,}01)^2 = 96{,}247$

$Ry = (37{,}61)^2 / 15 = 94{,}301$

$By = (12{,}05)^2 + (12{,}55)^2 + (13{,}01)^2 / 3 – 94{,}301 = 63{,}021$

$Py = (6{,}65)^2 + (7{,}18)^2 + (8{,}46)^2 + (6{,}05)^2 + (8{,}65)^2 /5 – 94{,}301 = -38{,}546$

$Ey = 96{,}247 - 94{,}301 - 63{,}021 - 38{,}546 = - 22{,}529$

Tabel 4.2 Analisa Varians 5 Varietas Kedelai Produksi Dalam Negeri

Sumber Variasi	Derajat kebebasan (dk)	Jumlah Kuadrat-kuadrat (JK)	Rata-rata Jumlah Kuadrat-kuadrat (RJK)	F Hitung
Rata-rata	1	94,301	94,301	
Blok (Lokasi Tanam)	2	63,021	31,51	
Perlakuan (Varietas)	4	-38,546	-9,637	3,422
Kekeliruan	8	-22,529	-2,816	

Dengan tingkat kepercayaan 95%, dari table F diperoleh $F_{0,05}$ (4, 8) = 3,84 → F hitung < F tabel, maka hipotesa diterima, artinya tidak ada perbedaan hasil panen/produksi karena varietas.

Data hasil produksi dari 5 Varietas kedelai Indonesia dengan Waktu Tanam sebagai berikut:

Contoh IV (2):

Pemilihan Varietas Kedelai Indonesia Dengan Waktu Tanam Terhadap Hasil produksi Untuk Memenuhi Kebutuhan

Nelly Budiharti[1], ING Wardana[2]

[1] National Technology Institute, 65145, Malang-Indonesia
[2]Mechanical Engineering Department of Brawijaya University, 65145, Malang-Indonesia
Email : nelly@lecturer.itn.ac.id

Abstrak.

Banyak faktor untuk mendapatkan hasil produksi yang tinggi dalam budidaya kedelai Indonesia, antara lain pemilihan jenis varietas dengan waktu tanam. Tujuan dari penelitian ini adalah : Melakukan penanaman kedelai Indonesia dengan berbagai varietas dan berbagai waktu tanam dalam rangka untuk memenuhi kebutuhan akan komoditi kedelai. Penelitian ini dilakukan dengan cara eksperimen menggunakan 5 varietas unggul yang ditanam di kecamatan Tumpang, di kabupaten Malang, provinsi Jawa Timur, Indonesia dengan waktu tanam yang berbeda. Pengolahan dan Analisa data menggunakan desain eksperimen yaitu desain blok acak sempurna dengan tingkat kepercayaan 95 % . Hasil penelitian diperoleh bahwa penyebab hasil produksi yang berbeda bukan dikarenakan penggunaan varietas yang berbeda, melainkan masing-masing varietas mempunyai profil sendiri-sendiri.

Keywords : Varietas Kedelai, Waktu Tanam , Kedelai Indonesia , Hasil produksi

1. Pendahuluan

Ketergantungan bangsa akan produk dari import dengan jumlah yang besar akan membuat lemah kondisi social, ekonomi dan politik. Apalagi yang diimport adalah produk komoditi pangan (Supadi, 2008). Seperti halnya komoditi kedelai di Indonesia yang merupakan komoditi pangan strategis urutan ke 3 setelah padi dan jagung (Nelly, et al, 2017). Untuk memenuhi kebutuhan komoditi kedelai di Indonesia, pemerintah masih import sekitar 226 % sampai tahun 2019 (Studi Pendahuluan , dalam Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional (RPJMN) bidang pangan dan pertanian. Direktorat Pangan dan Pertanian, 2013) .

Produksi kedelai sangat dipengaruhi oleh kondisi iklim. Penentuan lokasi tanam dan waktu tanam sangat mempengaruhi hasil produksi yang diperoleh (Nuryadi, dkk, 2010). Dapat dilihat pada gambar 1 di bawah, pola panen kedelai Indonesia mencapai volume yang tinggi adalah pada bulan september dan oktober , karena hampir semua petani melakukan penanaman pada bulan juni atau juli (Nelly, et al, 2016). Hasil panen yang sangat rendah yaitu pada bulan April dan Mei untuk awal tahun sedangkan untuk periode akhir tahun pada bulan November dan Desember. Perlu dilakukan penelitian untuk menanam kedelai Indonesia di luar bulan Juni dan Juli agar dapat memenuhi kebutuhan.

Gambar 1. Pola Panen Kedelai 2011-2013 Indonesia (Badan Puasat Statistik/BPS 2013: No.73/11/ Th. XVI, 1November 2013:8)

2. Metode Penelitian

Penelitian dilakukan dengan ekperimen dengan menerapkan 5 bibit unggul yang diterapkan di Kecamatan Tumpang, Kabupaten malang, Provinsi Jawa Timur, Indonesia pada bulan Januari, Februari dan Maret. Pengolahan dan analisa data menggunakan disain eksperimen. Desain eksperimen yang dipakai sesuai dengan perlakuan yang dilakukan yaitu desain blok acak sempurna, dalam hal ini 5 varietas kedelai yang ditanam pada 3 waktu . Dalam Budidaya kedelai Indonesia sudah banyak verietas yang ditemukan maka model yang digunakan bersifat acak artinya kesimpulan berlaku untuk semua varietas kedelai produksi dalam negeri yang lainnya.

3.Hasil dan pembahasan

Dari hasil eksperimen, dengan melakukan penanaman kedelai Indonesia sesuai dengan teori dan pedoman dari unit penelitian dan pengembangan tanaman kedelai, departemen pertanian khususnya tanaman pangan, Kabupaten Jember, Provinsi Jawa Timur, Indonesia. Data hasil produksi dari 5 Varietas kedelai Indonesia dengan Waktu Tanam sebagai berikut:

Tabel 4.3 Hasil Produksi 5 Varietas Kedelai Indonesia
dengan Waktu Tanam (Ton/ha)

Blok Waktu Tanam	Varietas					Jumlah	Rata-rata
	Raja Basa	Mutiara 1	Dega 1	Dena 1	Grobogan		
Juni	3,2	3,4	3,0	2,7	3,2	15,5	3,10
Juli	2,9	2,8	3,4	2,4	2,9	14,4	2,88
Agustus	3,4	3,7	3,3	2,6	3,0	16,1	3,22
Jumlah	9,5	9,9	9,7	7,7	9,2	46,0	-
Rata-rata	3,2	3,3	3,2	2,6	3,0	-	2,51

Sumber: Nelly dan I.N.G Wardana, Laporan Hibah Pasca Doktor,2018

Hipotesa : Varians (σ^2) = 0;
Tidak ada perbedaan penggunaan macam jenis bibit kedelai Indonesia dengan Waktu tanam terhadap hasil produksi

$\sum Y^2 = (3,2)^2 + (2,9)^2 + \ldots + (2,9)^2 + (3,0)^2 = 142,88$

$Ry = (46,0)^2 / 15 = 141,13$

$By = (15,5)^2 + (14,4)^2 + (16,1)^2 / 3 – 141,13 = 94,58$

$Py = (9,5)^2 + (9,9)^2 + (9,7)^2 + (7,7)^2 + (9,2)^2 /5 – 14,13$

$= - \quad 55,84$

$Ey = 142,88- 141,13- 94,58- 55,84 = - 148,67$

Tabel 4.4 Analisa Varians 5 Varietas Kedelai Indonesia

Sumber Variasi	Derajat kebebasan (dk)	Jumlah Kuadrat-kuadrat (JK)	Rata-rata Jumlah Kuadrat-kuadrat (RJK)	F Hitung
Rata-rata	1	141,13	141,13	
Blok (Waktu Tanam)	2	94,58	47,29	
Perlakuan (Varietas)	4	-55,84	-13,96	
Kekeliruan	8	-148,67	-18,58	0,75

Dengan tingkat kepercayaan 95%, dari table F diperoleh $F_{0,05}$ (4, 8) = 3,84 → F hitung < F tabel, maka hipotesa diterima, artinya tidak ada perbedaan hasil produksi karena varietas dengan waktu tanam. Masing-masing varietas menghasilkan produksi sesuai dengan profil dari masing-masing varietas.

Profil hasil produksi masing-masing varietas adalah sebagai berikut (Sumber: UPTD Bangsal sari Jember, BATAN Bandung dan Balitkabi Malang, Provinsi Jawa Timur, Indonesia) : (dalam Ton/Ha)

1. Rajabasa : Potensi hasil 2,05 – 3,9
2. Mutiara 1 : Potensi hasil 2,4 – 4,1
3. Dega 1 : Potensi hasil 2,78 – 3,82
4. Dena1 : Potensi hasil 1,7 - 2,9
5. Grobogan : Potensi hasil 2,77 – 3,4

Kesimpulan :

1. Hasil produksi Kedelai Indonesia tidak dipengaruhi oleh pemilihan varietas kedelai Indonesia
2. Profil varietas kedelai Indonesia mempunyai potensi produksi masing-masing.

3. Petani memilih varietas bukan berdasarkan hasil produksi semata tetapi berdasarkan pertimbangan kecocokan dalam penggunaannya menurut petani tersebut.

4.3. DATA HILANG DALAM BLOK LENGKAP ACAK

Kadang-kadang ketika melakukan penelitian ataupun pengamatan terjadi sebuah atau mungkin lebih pengamatan yang hilang. Seekor binatang percobaan mati sebelum eksperimen berakhir, sebuah tabung percobaan pecah jatuh ke lantai, seorang pasien meninggal dunia ketika pengobatan masih sedang berlangsung, atau data hasil pengamatan hilang dan lain sebagainya. Dalam desain acak sempurna, hilangnya sebuah pengamatan tidak menimbulkan kesulitan oleh karena kita selalu dapat membuat desain acak sempurna berdasarkan ukuran sampel n_i yang berbeda-beda. Akan tetapi untuk desain blok lengkap acak, hal ini mengakibatkan hilangnya keseimbangan atau sifat simetri atau pula sifat ortogonal dikarenakan baik $\sum \hat{a}_i$ maupun $\sum ð_j$ tidak lagi sama dengan nol.

Kita tinjau dua hal mengenai hilangnya data dalam desain blok lengkap acak yang mengakibatkan tidak menimbulkan kesukaran analisisnya, ialah:

1) sebuah blok keseluruhannya hilang
2) sebuah perlakuan yang hilang

Jika sebuah blok atau lebih yang hilang, maka analisis dapat diteruskan sebagaimana biasa asalkan sisa blok yang ada masih lengkap dan tidak kurang dari dua buah blok. Dengan perkataan lain, analisis diselenggarakan berdasarkan blok yang tersedia.

Jika yang hilang hanya sebuah data hasil perlakuan, maka yang hilang tersebut diganti oleh harga taksiran yang menyebabkan jumlah kuadrat-kuadrat untuk kekeliruan menjadi minimum. Dengan menggunakan ilmu hitung diferensial, ternyata data yang hilang tersebut dapat diganti oleh:

$$h = \frac{pP' + bP' - J'}{(p-1)(b-1)} \text{.......................} (1)$$

Dengan
p = banyaknya perlakuan
B = banyak blok
P' = jumlah nilai pengamatan untuk perlakuan tanpa data yang hilang
B' = jumlah nilai pengamatan untuk blok tanpa data hilang
J' = jumlah nilai pengamatan tanpa data hilang

Harga h yang didapat kemudian ditempatkan pada tempat data hilang dan lalu analisis dapat dilakukan sebagaimana biasa untuk menguji hipotesis H : $\pi_j = 0$ dengan j = 1, 2, ..., p.

Karena analisis yang dilakukan berdasarkan adanya data yang ditaksir, maka untuk menghindarkan hasil-hasil bias, beberapa penyesuaian perlu diadakan. Yang pertama ialah mengenai dk kekeliruan eksperimen menjadi (p – 1)(b – 1) – 1 dan dk jumlah menjadi (bp – 1).

Penyesuaian kedua ialah mengenai jumlah kuadrat-kuadrat untuk perlakuan yang tadinya P_y harus dikurangi dengan

$$z = \frac{\{B' - (p-1)h\}^2}{p(p-1)} \text{..........} \quad (2)$$

Sehingga JK (perlakuan) = $P'_y = P_y - z$

ANAVA untuk hal ini dapat dilihat dalam Daftar IV (3)

DAFTAR IV (3)
ANAVA UNTUK DESAIN BLOK LENGKAP ACAK DENGAN SEBUAH PENGAMATAN HILANG

Sumber Variasi	Dk	JK	RJK	F
Rata-rata	1	R_y	R	
Blok	b – 1	B_y	B	
Perlakuan	p – 1	P'_y	P'	P'/E
Kekeliruan Eksperimen	(b – 1)(p – 1)–1	E_y	E	
Jumlah	bp – 1	$\sum Y^2 - z$	—	—

Contoh IV (3):

Misalkan pada waktu tanam ke-3 catatan hasil panen lupa mencatatnya dimana/ketelisut sehingga untuk tidak terdapat hasil pengamatan. Dengan sebuah data hilang, karenanya diperoleh daftar di bawah ini.

Tabel 4.5 Desain Blok Lengkap Acak Dengan Sebuah Pengamatan Hilang

Blok (Waktu Tanam)	Perlakuan (Jenis Bibit)				Jumlah	Rata-rata
	Raja Basa	Muti-ara 1	Dena1	Dega1		
Maret	260	308	323	330	1.211	305,3
April	280	358	343	345	1.326	331,5
Mei	298	353	h	333	984+h	
Juni	288	323	365	363	1.339	334,8
Jumlah	1.126	1.342	1.031+h	1.371	4.870+h	
Rata-rata	281,5	335,5		342,8		

Sumber : Sudjana, Desain dan Analisis Eksperimen, 2017 (Dimodif)

Dengan menggunakan rumus Rumus (1), maka data h untuk hari ketiga hasil mesin C ditaksir oleh

$$h = \frac{4(1.031) + 4(984) - 4.870}{(4-1)(4-1)} = 354{,}4$$

Dengan h ini, dari Rumus (2) didapat

$$z = \frac{\{984 - (4-1)(354{,}4)\}^2}{4(4-1)} = 522{,}7$$

Selanjutnya:

$$\sum Y^2 - z = (298)^2 + (280)^2 + \cdots + (354{,}4)^2 + \cdots + (363)^2 - 522{,}7$$
$$= 1.720.576{,}7$$

$$R_y = \frac{J^2}{bp} = \frac{(4.870 + 354{,}4)^2}{4 \times 4} = 1.705.897{,}2$$

$$B_y = \frac{(1.221)^2 + (1.326)^2 + (984 + 354{,}4)^2 + (1.339)^2}{4} - 1.705.897{,}2 = 2.440{,}9$$

$$P_y = \frac{(1.126)^2 + (1.342)^2 + (1.031 + 354{,}4)^2 + (1.371)^2}{4} - 1.705.897{,}2 = 11.056{,}3$$

Sehingga P'_y = 11.056,3 – 522,7 = 10.533,6

E_y = 1.720.576,7 – 1.705.897,2 – 2440,9 -10.533,6 = 1.705,0

Semua hasil di atas memberikan daftar berikut:

Tabel 4.6 Anava Untuk untuk Data Dalam tabel 4.5

Sumber Variasi	dk	JK	RJK	F
Rata-rata	1	1.705.897,2	1.705.897,2	
Blok (Bulan)	3	2.440,9	813,6	
Perlakuan (Jenis Bibit)	3	10.533,6	3.511,2	16,48
Kekeliruan	8	1.705,0	213,1	
Jumlah	15	1.720.576,7	—	—

Dari daftar di atas diperoleh F = 16,48 yang dalam taraf signifikansi 95% ternyata sangat signifikan.

4.4. DESAIN BLOK TAK LENGKAP ACAK

Dalam desain blok acak sering terjadi bahwa tidak selalu mungkin semua perlakuan terdapat di dalam tiap blok. Apabila adanya perlakuan lebih banyak daripada yang dapat ditempatkan dalam sebuah blok maka hal di atas akan terjadi. Hal ini menyebabkan blok menjadi tak lengkap dan karenanya desain demikian dinamakan *desain blok tak lengkap*.

Misalkan kita mempunyai 4 buah perlakuan A, B, C, dan D (pemberian pupuk) yang eksperimennya diberikan pada penanaman kedelai di 4 lokasi yang berbeda . Ada lokasi yang belum sempat diberi pupuk. Desain yang didapat berdasarkan eksperimen demikian akan merupakan desain blok tak lengkap. Apabila dalam desain blok tak lengkap ini tiap pasang perlakuan terjadi sama banyak dalam eksperimen, maka diperoleh desain blok tak lengkap seimbang. Daftar desain ini dapat dilihat dalam Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical

Research (R.A. Fischer & F. Yates, penerbit Oliver & Boyd, Ltd, Edinburgh & London, 1953) dalam Sujana (2017)

Contoh IV (4)

Tabel 4.7 Desain Blok Tak Lengkap Acak Seimbang

Blok (Lokasi tanam)	Perlakuan Pemberian Pupuk (mg)				Jumlah (J_{io})
	A	B	C	D	
1	8	21	–	3	32
2	6	15	36	–	57
3	–	36	23	6	65
4	13	–	18	2	33
Jumlah (J_{oj})	27	72	77	11	J = 187

Sumber : Sudjana, Desain dan Analisis Eksperimen, 2017 (Dimodif)

Dapat dilihat bahwa pada lokasi pertama eksperimen diadakan terhadap perlakuan A, B, dan D, pada lokasi kedua terhadap A, B, dan C, pada lokasi ketiga terhadap B, C, dan D dan pada hari keempat terhadap A, C, dan D. Pasangan perlakuan A dan B terdapat dua kali (lokasi 1 dan lokasi 2), pasangan B dan C juga dua kali (lokasi 2 dan lokasi 3) dan demikian pula untuk pasangan-pasangan lainnya masing-masing terdapat dua kali. Karena diperoleh desain blok tak lengkap acak seimbang.

Untuk analisis desain blok tak lengkap, akan lebih mudah bila digunakan simbol-simbol berikut:

b = banyak blok dalam eksperimen
p = banyak perlakuan dalam eksperimen
k = banyak perlakuan dalam tiap blok
r = banyak replikasi daripada sebuah perlakuan selama eksperimen
N = banyak eksperimen
= bk = pr
λ = berapa kali tiap pasang perlakuan terdapat selama eksperimen
= r(k – 1)/(p – 1)

Untuk contoh di atas kita peroleh
$b = 4, p = 4, k = 3, r = 3, N = 12$, dan $\lambda = 2$
Selanjutnya dihitung:

$$\sum Y^2 = 8^2 + 6^2 + \cdots + 6^2 + 2^2 = 4.429$$

$$R_y = J^2/N = (187)^2/12 = 2.914{,}08$$

$$B_y = \sum_{i=1}^{b} (J_{io}^2/k) - R_y$$

$$= \frac{(32)^2 + (57)^2 + (65)^2 + (33)^2}{3} - 2.914{,}08 = 281{,}59$$

$$P_y = \sum_{j=1}^{p} Q_j^2/(kp\lambda)$$

dengan $Q_j = k\,J_{oj} - \sum_{i=1}^{b} (n_{ij}J_{io})$

Sedangkan $n_{ij} = 1$ jika perlakuan j terdapat dalam blok i dan $n_{ij} = 0$ jika perlakuan j tidak terdapat dalam blok i.

Data di atas memberikan:

$Q_1 = 3(27) - (32 + 57 + 33) = -41$

$Q_2 = 3(72) - (32 + 57 + 65) = 62$

$Q_3 = 3(77) - (57 + 65 + 33) = 76$

$Q_4 = 3(11) - (32 + 65 + 33) = -97$

Catatan: selalu berlaku bahwa $\sum_{j=1}^{p} Q_j = 0$

Dengan demikian:

$$P_y = \frac{(-41)^2 + (62)^2 + (76)^2 + (-97)^2}{3(4)(2)} = 862{,}92$$

$$E_y = \sum Y^2 - R_y - B_y - P_y$$

$$= 4.429 - 2.914{,}08 - 281{,}59 - 862{,}92 = 370{,}41$$

Hasil-hasil di atas memberikan daftar berikut.

Tabel 4.8 Anava Untuk Data Dalam Tabel 4.7

Sumber Variasi	Dk	JK	RJK	F
Rata-rata	1	2.914,08	2.914,08	
Blok (Lokasi tanam)	3	281,59	93,86	
Perlakuan	3	862,92	287,64	3,88
Kekeliruan	5	370,41	74,08	
Jumlah	12	4.429	—	

Harga F = 287,64/74,08 = 3,88 lebih kecil daripada F = 5,41 yang didapat dari daftar dengan dk $\upsilon_1 = 3$, $\upsilon_2 = 5$, dan $\alpha = 0{,}05$. Jadi hasil pengujian tidak signifikan.

4.4. Sub Sampling dalam Desain Blok Lengkap Acak

Selain pada desain acak sempurna penggunaan metode sub sampling juga sering dilakukan pada desain blok lengkap acak. Pengamatan ini dilakukan terhadap sebagian unit eksperimen.

Pada metode desain blok lengkap acak ini model matematis yang akan digunakan dengan sub sampling berukuran sama, dapat dituliskan dalam bentuk:

$$Y_{ijk} = \grave{\imath} + \hat{a}_i + ð_i + å_{ij} + ç_{ijk} \ldots..(1)$$

dengan = Y_{ijk} = variabel yang diukur

ì = rata-rata umum

$\hat{a}_i$ = efek rata-rata blok ke i

$ð_i$ = efek rata-rata perlakuan ke j

$å_{ij}$ = efek unit eksperimen dikarenakan perlakuan ke j dalam blok ke i

$ç_{ijk}$ = efek sampel ke k yang diambil dari unit eksperimen yang dikarenakan perlakuan ke j dalam blok ke i

Bentuk dari desain blok lengkap acak dengan sub sampling seperti DAFTAR IV (4):

DAFTAR IV (4) Blok Lengkap Acak Dengan Sub Sampling

Blok		Perlakuan				J_{io}	Y_{io}
		1	2		k		
1	1 2 M	Y_{111} Y_{112} Y_{11m}	Y_{121} Y_{122} Y_{12m}		Y_{1k1} Y_{1k2} Y_{1km}		
E_{ij}		J	J		J	J	Y_1
2	1 2 m	Y_{211} Y_{212} Y_{21m}	Y_{221} Y_{222} Y_{23m}		Y_{2k1} Y_{2k2} Y_{2km}		
E_{ij}		J	J		J	J	Y_2
3	1 2 m	Y_{311} Y_{312} Y_{31m}	Y_{321} Y_{322} Y_{32m}		Y_{3k1} Y_{3k2} Y_{3km}		
E_{ij}		J	J		J	J	Y_3
J		J_1	J_2		J_k		
Rata-rata		Y_1	Y_2		Y_k		Y_{io}

Untuk perhitungan ANAVA dari model Blok Lengkap Acak dengan metode sub sampling diperlukan beberapa perhitungan sebagai berikut:

$$\sum Y = \sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}^2 \quad dengan\ dk = bpn$$

$$R_y = {J^2}\big/_{bpn}\ dengan\ dk = 1\ dan\ J = \textstyle\sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{n} Y_{i\,\langle k}^2$$

$$S_b = \textstyle\sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{p}\left({J_{ij}^2}/_{n}\right) - R_y$$

di mana:

J_{ij} = jumlah nilai pengamatan dalam sub sampel dari unit eksperimen yang terdapat dalam blok ke i dan perlakuan ke j

$$J_{ij} = \sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}$$

$$S_y = \textstyle\sum Y^2 - R_y - \square_b\ dengan\ \ dk = bp\ (n-1)$$

$$B_y = \sum_{i=1}^{b}\left({J_{io}^2}/_{pn}\right) - R_y\ dengan\ dk = (b-1)$$

$$P_y = \textstyle\sum_{j=1}^{p}\left({J_{oj}^2}\big/_{bn}\right) - R_y\ dengan\ dk = (p-1)$$

$$J_{io} = \textstyle\sum_{j=1}^{p} J_{ij} \quad dan \quad J_{oj} = \sum_{i=1}^{b} J_{ij}$$

$$E_y = S_b - B_y - P_y\ \ dengan\ \ dk = (b-1)(p-1)$$

Berdasarkan perhitungan di atas maka dapat dibuat daftar ANAVA yang digunakan untuk pengambilan keputusan. Daftar ANAVA tersebut adalah sebagai berikut:

DAFTAR IV (5) ANAVA untuk Desain Blok Lengkap Acak dengan Sub Sampling

Sumber Variasi	dk	JK	KT	F
Rata-rata	1	R_y	R	
Blok	b – 1	B_y	B	
Perlakuan	p – 1	P_y	P	
Kekeliruan eksperimen	(b-1)(p-1)	E_y	E	P/E
	bp(n-1)	S_y	S	

Kekeliruan sampling				
Jumlah	bpn	ΣY^2		

Pada model ini hipotesa nol yang dapat diuji adalah sebagai berikut:
$H_o : \pi_j = 0$ dengan asumsi $\Sigma\pi_j = 0$….(1)

untuk menguji kopotesis H_0 digunakan statistik dengan
F = P/E...........(2), bila ternyata F yang dihitung tersebut lebih besar dari nilai distribusi F pada tabel dengan $F_{\alpha(v1,v2)}$ di mana v_1=(p-1) dan v_2=(b-1)(p-1) dan taraf sifnifikan α yang dipilih, maka H_0 tersebut akan ditolak. Sebaliknya jika F hitung lebih kecil dari F pada tabel maka H_0 akan diterima.

Tabel 4.9 Hasil Panen Dari Tiap Subpetak

Blok		Perlakuan (Bibit kedelai)					J_{io}	$\bar{Y}_{io}$
		1	2	3	4	5		
1	1	95	102	123	57	67		
	2	90	88	101	46	72		
	3	89	109	113	38	66		
	J_{1j}	274	299	337	141	205	1.256	83,7
2	1	92	96	93	37	54		
	2	89	99	110	40	68		
	3	106	107	115	35	64		
	J_{2j}	287	302	318	112	186	1.205	80,3
3	1	91	102	112	39	57		
	2	82	93	104	39	61		
	3	98	98	110	47	63		
	J_{3j}	271	293	326	125	181	1.196	79,7
	J_{oj}	832	894	981	378	572	J = 3.657	$\bar{Y}_{oo}$ = 81,27
	$\bar{Y}_{oj}$	92,4	99,3	109	42	63,6		

Harga-harga yang diperlukan untuk ANAVA adalah:

$$\sum Y^2 = 95^2 + 90^2 + \cdots + 61^2 + 63^2 = 326.819$$

$$R_y \quad = \frac{(3.657)^2}{(3)(5)(3)} = 297.192{,}2$$

$$S_b \quad = \frac{(274)^2 + (299)^2 + \cdots + (181)^2}{3} - 297.192{,}2 = 28.054{,}8$$

$$S_y \quad = 326.819 - 297.192{,}2 - 28.054{,}8 = 1.572$$

$$B_y \quad = \frac{(1.256)^2 + (1.205)^2 + (1.196)^2}{5 \text{ x } 3} - 297.192{,}2 = 139{,}6$$

$$P_y \quad = \frac{(832)^2 + (894)^2 + (981)^2 + (378)^2 + (572)^2}{3 \text{ x } 3} - 297.192{,}2$$

$$= 27.684{,}4$$

$$E_y \quad = 28.054{,}8 - 139{,}6 - 27.684{,}4 = 230{,}8$$

Dalam daftar ANAVA, harga-harga tersebut dapat dilihat di bawah ini.

Sumber Variasi	Dk	JK	RJK	F
Rata-rata	1	297.192,2	297.192,2	
Blok	2	139,6	69,8	
Bibit Kedelai	4	27.684,4	6.921,1	239,5
Kekeliruan eksperimen	8	230,8	28,9	
Kekeliruan sampling	30	1.572	52,4	
Jumlah	45	329.819		

Mudah dilihat bahwa analisis ini memberikan hasil uji yang sangat signifikan. Karenanya terdapat perbedaan yang menyolok antara hasil rata-rata kelima jenis padi yang sedang dicoba.

Jika saja selanjutnya kita menghendaki interval konfidensi untuk rata-rata perlakuan (hasil padi) dan ingin mengadakan perbandingan di antara perlakuan, maka diperlukan taksiran untuk σ_η^2, ialah s_η^2 = S dan taksiran untuk $\sigma_\in^2$, $s_\in^2$ yang didapat dari $s_\in^2$ = (E–S)/n.

(Catatan : Jika hasil perhitungan menghasilkan $s_\in^2 < 0$, maka untuk taksiran $\sigma_\in^2$ diambil $s_\in^2 = 0$, dan ini sudah barang tentu taksiran bias).

BAB V
DESAIN BUJUR SANGKAR

5.1. PENDAHULUAN

Desain acak sempurna dan desain blok lengkap acak yang telah dibicarakan dalam bab-bab sebelumnya merupakan dua dari sekian desain yang dapat digunakan untuk menyimpulkan penelitian dengan faktor tunggal. Banyak persoalan yang tidak tepat apabila digunakan kedua analisis desain tersebut karena hasilnya kurang efisien dan kadang-kadang tidak ekonomis ditinjau dari biaya yang harus dikeluarkan. Sehingga desain dalam bentuk lain yang lebih baik diperlukan, antara lain:

5.2. DESAIN BUJUR SANGKAR LATIN

Desain bujur dengan *bujur sangkar Latin*. Dinamakan demikian oleh karena desainnya berbentuk bujur sangkar dan untuk perlakuan sudah kebiasaan diberi simbol dengan menggunakan huruf-huruf Latin A, B, C, D dan seterusnya.

Bujur sangkar Latin merupakan desain khusus yang memungkinkan untuk menilai pengaruh relatif daripada berbagai perlakuan apabila terhadap unit eksperimen dilakukan batasan yang berbentuk pemblokan ganda. Dengan adanya batasan *pemblokan ganda* ini, desain bujur sangkar Latin dapat dianggap sebagai perluasan daripada desain blok lengkap acak. Desain ini bersifat bahwa tiap perlakuan terdapat satu dan hanya satu kali dalam tiap baris dan satu dan hanya satu kali dalam tiap kolom; sedangkan pengacakan dilakukan berdasarkan dua buah pembatasan, yakni menurut baris dan kolom. Jelas bahwa jika yang akan diselidiki ada m buah perlakuan, maka diperlukan m^2 unit eksperimen.

Contoh V (1):

Kita akan meneliti apakah penggunaan varietas kedelai (A, B, C dan D) dengan lokasi tanam (1,2,3 dan 4) dan waktu tanam (a, b, c dan d) akan mempengaruhi hasil panen/produksi ? Keputusan yang diambil adalah penggunaan bibit kedelai namun dalam kenyataannya tidak bisa lepas dari faktor lokasi/kondisi tanah dan waktu tanam. Desainnya dapat dituliskan seperti di bawah ini.

DAFTAR V (1)
DESAIN BUJUR SANGKAR LATIN 4 X 4

Waktu tanam	Lokasi tanam			
	1	2	3	4
a	B	A	D	C
b	C	B	A	D
c	A	D	C	B
d	D	C	B	A

Nampak bahwa tiap mesin hanya terdapat satu dan hanya satu kali dalam tiap baris maupun dalam tiap kolom.

Untuk keperluan analisis desain bujur sangkar Latin dengan hanya satu pengamatan untuk tiap unit eksperimen, model linier berikut biasanya diambil:

$Y_{ij(k)} = \mu + \beta_1 + \gamma_j + \pi_k + \epsilon_{ij(k)} \ldots$.V (1)

i = 1, 2, ..., m

j = 1, 2, ..., m

k = 1, 2, ..., m

dengan asumsi:

$$\sum_{i=1}^{m} \beta_i = \sum_{j=1}^{m} \gamma_j = \sum_{k=1}^{m} \pi_k = 0$$

$Y_{ij(k)}$ = hasil pengamatanyang dicatat dari perlakuan ke-k, yang dipengaruhi oleh baris ke-i dan kolom ke-j

μ = efek umum yang sebenarnya

β_1 = efek sebenarnya karena baris ke-i

γ_j = efek sebenarnya karena kolom ke-j

π_k = efek sebenarnya perlakuan ke-k

$\epsilon_{ij(k)}$ = efek unit eksperimen dalam baris ke-i, kolom ke-j untuk perlakuan ke-k

Dimisalkan bahwa $\epsilon_{ij(k)} \sim DNI(0, \sigma_\epsilon^2)$. Ineks k diletakkan dalam tanda kurung untuk menyatakan bahwa k tidak independen dari pada i dan j.

Dengan menggunakan model linier di atas, harga-harga yang perlu dihitung untuk ANAVA adalah:

$$\sum Y^2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} Y_{ij(k)}^2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} Y_{ij(k)}^2 = \sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} Y_{ij(k)}^2$$

$$R_y = J^2/m^2 \text{ dengan } J = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} Y_{ij(k)}^2$$

$$B_y = \sum_{i=1}^{m} J_{io}^2/m - R_y$$

dengan J_{io} = jumlah nilai pengamatan dalam baris ke-i.

$$K_y = \sum_{j=1}^{m} J_{oj}^2/m - R_y$$

dengan J_{oj} = jumlah nilai pengamatan dalam baris ke-j.

$$P_y = \sum_{k=1}^{m} J_{k}^2/m - R_y$$

dengan J_k = jumlah nilai pengamatan untuk perlakuan ke-k.

$E_y = \Sigma\, Y^2 - R_y - B_y - K_y - P_y$

Daftar ANAVA untuk desain bujur sangkar Latin, karenanya berbentuk seperti dalam daftar di bawah ini.

DAFTAR V (2)
ANAVA UNTUK DESAIN BUJUR SANGKAR LATIN m x m
(Satu Pengamatan Tiap Unit Eksperimen)

Sumber Variasi	Dk	JK	RJK	ERJK	F
Rata-rata	1	R_y	R	—	
Baris	m – 1	B_y	B	$\sigma_\epsilon^2 + \frac{m}{m-1}\sum \beta_i^2$	
Kolom	m – 1	K_y	K	$\sigma_\epsilon^2 + \frac{m}{m-1}\sum \gamma_j^2$	
Perlakuan	m – 1	P_y	P	$\sigma_\epsilon^2 + \frac{m}{m-1}\sum \pi_k^2$	P/E
Kekeliruan	(m – 1) (m – 2)	E_y	E	σ_ϵ^2	
Jumlah	m^2	$\sum Y^2$	—	—	—

Hipotesis yang akan diuji ialah:

H : $\pi_k = 0$ untuk k = 1, 2, ..., m……V (2)

yang berarti tidak terdapat perbedaan mengenai rata-rata efek tiap perlakuan.

Statistik yang digunakan untuk pengujian hipotesis, H di atas adalah

F = P/E…………V (3)

Kita tolak H jika F lebih besar daripada $F_{\alpha(\upsilon_1,\upsilon_2)}$ yang didapat dari daftar distribusi F dengan dk pembilang υ_1 = m – 1 dan dk penyebut υ_2 = (m – 1)(m – 2) sedangkan α = taraf signifikansi.
Contoh V (1)
Berikut hasil produksi dari 3 Varietas kedelai Indonesia dengan Waktu dan Lokasi Tanam sebagai berikut:

Tabel 5.1 Hasil Produksi 3 Varietas Kedelai Indonesia dengan Waktu dan Lokasi Tanam (Ton/ha)

Waktu Tanam	Lokasi Tanam				
	Pakis Haji	Tumpang	Singosari	Jumlah	Rata-rata
Januari	Denal (2,7)	Degal (3,4)	Grobogan (3,1)	9,2	3,07
Februari	Degal (3,01)	Grobogan (2,9)	Denal (2,6)	8,5	2,83
Maret	Grobogan (3,2)	Denal (2,4)	Degal (3,3)	8,9	3,0
Jumlah	8,9	8,7	9	26,6	-
Rata-rata	3	2,9	3,0	-	

Sumber: Nelly dan I.N.G. Wardana, IMIEC, 2018

Hipotesa : Varians (σ^2) = 0;

Tidak ada perbedaan hasil panen/produksi akibat penggunaan bibit kedelai dengan lokasi tanam dan waktu tanam

$\sum Y^2 = (2{,}7)^2 + (3{,}01)^2 + \ldots + (2{,}6)^2 + (3{,}3)^2 = 79{,}58$

$Ry = (26{,}6)^2 / 3 = 78{,}62$

$By = (9{,}2)^2 + (8{,}5)^2 + (8{,}9)^2 / 3 – 78{,}62 = 2{,}08$

$Ky = (8{,}9)^2 + (8{,}7)^2 + (9)^2/3 - 78{,}62 = 0{,}01$

JDenal = 2,7 + 2,4 + 2,6 = 7,7

JDegal = 3,01 + 3,4 + 3,3 = 9,7

JGrobogan = 3,2 + 2,9 +3,1 = 9,2

$Py = (7,7)^2 + (9,7)^2 + (9,2)^2 /3 – 78,62 = 0,78$

$Ey = 79,58- 78,62- 2,08- 0,01- 0,78 = - 1,91$

Tabel 5.2 Analisa Varians 3 Varietas Kedelai Indonesia

Sumber Variasi	Derajat kebebasan (dk)	Jumlah Kuadrat-kuadrat (JK)	Rata-rata Jumlah Kuadrat-kuadrat (RJK)	F Hitung
Rata-rata	1	78, 62	78, 62	
Waktu Tanam	2	2, 08	1, 04	
Lokasi Tanam				
Varietas	2	0,01	0, 005	
Kekeliruan	2	0, 78	0,39	0,41
	2	-1, 91	0, 955	

Dengan tingkat kepercayaan 95%, dari table F diperoleh $F_{0,05}$ (2,2) = 19 → F hitung < F tabel, maka hipotesa diterima, artinya tidak ada perbedaan hasil produksi karena varietas dengan waktu dan lokasi tanam. Masing-masing varietas menghasilkan produksi sesuai dengan profil dari masing-masing varietas.

Profil hasil produksi masing-masing varietas adalah sebagai berikut (Sumber: UPTD Bangsal sari Jember, BATAN Bandung dan Balitkabi Malang, Provinsi Jawa Timur, Indonesia) : (dalam Ton/Ha)

1. Dega 1 : Potensi hasil 2,78 – 3,82
2. Dena1 : Potensi hasil 1,7 - 2,9
3. Grobogan : Potensi hasil 2,77 – 3,4

Kesimpulan :

1. Hasil produksi Kedelai Indonesia tidak dipengaruhi oleh pemilihan varietas kedelai Indonesia

2. Profil varietas kedelai Indonesia mempunyai potensi produksi masing-masing.
3. Petani memilih varietas bukan berdasarkan hasil produksi semata tetapi berdasarkan pertimbangan kecocokan dalam penggunaannya menurut petani tersebut.

5.3. DESAIN BUJUR SANGKAR GRAECO-LATIN

Dalam desain bujur sangkar Latin, telah kita lihat bahwa pengacakan dilakukan secara ganda, yakni menurut baris dan menurut kolom. Apabila desain ini diperluas dengan jalan melakukan pengacakan yang ketiga, maka diperolehlah desain bujursangkar Graeco-Latin. Sebuah model desain ini misalnya dapat dilihat dalam daftar berikut:

DAFTAR V (3)
DESAIN BUJUR SANGKAR GRAECO-LATIN

Baris	KOLOM			
	1	2	3	4
1	D_δ	C_γ	B_β	A_α
2	C_β	D_α	A_δ	B_γ
3	B_α	A_β	D_γ	C_δ
4	A_γ	B_δ	C_α	D_β

Perlakuan A, B, C, dan D, seperti dalam desain bujur sangkar Latin, mengalami pengacakan dalam baris dan kolom dan baik dalam tiap baris maupun dalam tiap kolom hanya terdapat satu kali. Pembatasan yang ketiga terjadi terhadap taraf α, β, γ, dan δ. Nampak bahwa taraf ini hanya terdapat satu kali baik dalam tiap baris maupun dalam tiap kolom Selanjutnya untuk tiap perlakuan A, B, C, dan D juga masing-masing hanya terdapat satu kali taraf α, β, γ, dan δ.

Dalam desain di atas kita lihat adanya huruf-huruf Latin A, B, C, dan seterusnya dan huruf-huruf Greek α, β, γ, dan seterusnya. Simbol-

simbol demikian telah biasa digunakan dan karenanya desain ini dinamakan desain bujur sangkar Graeco-Latin.

Model linier untuk desain bujur sangkar Graeco-Latin akan merupakan perluasan dari model dalam Rumus V (1). Dengan demikian kita gunakan model:

$$Y_{(ijk)\ell} = \mu + \beta_1 + \gamma_j + \pi_k + w_\ell + \epsilon_{(ijk)\ell} \text{.........V (4)}$$

dengan w_ℓ = efek daripada pembatasan yang ketiga dengan taraf α, β, γ, δ. Arti simbol-simbol lainnya sama seperti dijelaskan dalam Model V (1) sedangkan $\epsilon_{(ijk)\ell} \sim \mathrm{DNI}(0, \sigma_\epsilon^2)$.

Untuk analisis, harga-harga JK dihitung seperti telah dijelaskan dalam Bagian 5.2, dengan tambahan bahwa JK untuk taraf ke-ℓ harus dihitung dengan menggunakan:

$$T_y = \sum_{\ell=1}^{m} J_\ell^2/m - R_y$$

di mana J_ℓ = jumlah nilai pengamatan untuk taraf ke-ℓ dan JK untuk kekeliruan eksperimen sekarang menjadi:

$$E_y = \sum Y^2 - R_y - B_y - K_y - P_y - T_y$$

Derajat kebebasan dk tiap faktor tentulah masing-masing sama dengan (m – 1), dan dk untuk variasi rata-rata tetap sama dengan satu sedangkan dk untuk kekeliruan sama dengan sisanya.

Contoh V (2):

Misalkan dilakukan percobaan Penggunaan bibit kedelai dengan lokasi tanam, waktu tanam dan pemberian pupuk menghasilkan produksi seperti di bawah ini:

Tabel 5.3 Hasil Panen 4 jenis bibit kedelai Indonesia

Lokasi Tanam	Pemberian Pupuk (5 mg/100m2)				J_{io}
	Urea	KCl	SP36	Dolomit	
1	$D_\delta(16)$	$C_\gamma(6)$	$B_\beta(15)$	$A_\alpha(11)$	48
2	$C_\beta(13)$	$D_\alpha(9)$	$A_\delta(10)$	$B_\gamma(13)$	45
3	$B_\alpha(15)$	$A_\beta(14)$	$D_\gamma(14)$	$C_\delta(12)$	55
4	$A_\gamma(9)$	$B_\delta(8)$	$C_\alpha(8)$	$D_\beta(9)$	38
J_{oj}	53	41	47	45	186

Sumber: Sudjana, Desain dan Analisis Eksperimen, 2017 (Dimodif)

$$\sum Y^2 = (16)^2 + (13)^2 + \ldots + (12)^2 + (9)^2 = 2.288$$

$$R_y = (186)^2/(4)^2 = 2.162{,}25$$

$$B_y = \frac{(48)^2 + (45)^2 + (56)^2 + (38)^2}{4} - 2.162{,}25 = 37{,}25$$

$$K_y = \frac{(53)^2 + (41)^2 + (47)^2 + (45)^2}{4} - 2.162{,}25 = 18{,}75$$

Untuk menghitung P_y, kita jumlahkan nilai-nilai untuk A, B, C, dan D, Didapat:

J_A = jumlah nilai pengamatan hasil mesin A
= 9 + 14 + 10 + 11 = 44

J_B = 15 + 12 + 15 + 13 = 55

J_C = 13 + 6 + 8 + 12 = 39

J_D = 16 + 9 +14 + 9 = 48

Sehingga

$$P_y = \frac{(44)^2 + (55)^2 + (39)^2 + (48)^2}{4} - 2.162{,}25 = 34{,}25$$

Untuk mendapatkan T_y, maka kita perlukan:

J_α = jumlah nilai pengamatan karena operator α
= 15 + 9 + 8 + 11 = 43

J_β = 13 + 12 + 15 + 9 = 49

J_γ = 9 + 6 + 14 + 13 = 42

J_δ = 16 + 14 + 10 + 12 = 52

Sehingga

$$T_y = \frac{(43)^2 + (49)^2 + (42)^2 + (52)^2}{4} - 2.162{,}25 = 17{,}25$$

E_y = 2.288 − 2.1262,25 − 37,25 −18,75 −34,25 −17,25 =18,25

Dengan hasil-hasil di atas, kita dapat menyusun daftar ANAVA sebagai berikut:

Tabel 5.4 Anava Untuk Data pada tabel 5.3

Sumber Variasi	Dk	JK	RJK	F
Rata-rata	1	2.162,25	2.162,25	
Lokasi tanam	3	37,25	12,42	
Waktu Tanam	3	18,75	6,25	
Jenis pupuk	3	17,25	5,75	
Jenis bibit	3	34,25	11,42	1,88
Kekeliruan	3	18,25	6,08	
Jumlah	16	2.288	—	

Percobaan di atas memberikan hasil yang tidak signifikan

5.4. DESAIN BUJUR SANGKAR YOUDEN

Dalam desain bujur sangkar Latin, ternyata bahwa banyak perlakuan sama dengan banyak blok (baris) atau banyak kolom. Jika sekarang adanya perlakuan lebih banyak bila dibandingkan dengan banyak blok (baris) atau banyak kolom, sedangkan syarat-syarat lain untuk desain bujur sangkar Latin masih dipenuhi, maka diperoleh desain bujur sangkar Latin tak lengkap atau sering pula dinamakan *desain bujur sangkar Youden*.

DAFTAR V (4)
DESAIN BUJUR SANGKAR YOUDEN

Lokasi Tanam	Bibit Kedelai Indonesia		
	Juni	Juli	Agustus
1	A	B	C
2	D	A	B
3	B	C	D
4	C	D	A

Sumber data : Sudjana, Desain dan Analisis Eksperimen, 2017 (Dimodif)

Model untuk desain bujur sangkar Youden, diambil model linier dengan persamaan:

$Y_{ijk} = \mu + \beta_i + \gamma_j + \pi_k + \epsilon_{ijk}$ ....V (5)

β_i = efek blok (baris=hari) ke-i; i = 1, 2, 3, 4.
γ_j = efek kolom (waktu kerja) ke-j; j = 1, 2, 3.
π_k = efek mesin ke-k; k = 1, 2, 3, 4.

(Simbol-simbol lainnya diartikan seperti yang sudah-sudah; demikian pula asumsi mengenai ϵ_{ijk}).

Oleh karena desain bujur sangkar Youden adalah desain tak lengkap, maka analisisnya dilakukan seperti pada analisis desain blok tak lengkap acak. Jadi di sini akan digunakan pula simbol-simbol: h, p, k, r, N, dan λ.

Contoh V (3):

Misalkan untuk desain dalam Daftar V (5) di atas diperoleh data sebagai tertera dalam Daftar 5 (5) di bawah ini.

Tabel 5.5 Hasil Panen Untuk 4 Jenis Bibit Kedelai Indonesia

Lokasi Tanam	Bibit Kedelai Indonesia			Jumlah (J_{io})
	Juni	Juli	Agustus	
1	A (16)	B (8)	C (8)	32
2	D (15)	A (15)	B (10)	40
3	B (12)	C (12)	D (13)	37
4	C (10)	D (14)	A (16)	40
Jumlah (J_{oj})	53	49	47	149

Sumber data : Sudjana, Desain dan Analisis Eksperimen, 2017 (Dimodif)

Untuk data di atas, maka diperoleh:
b = p = 4 ; k = r = 3 ; N = 12 dan λ = 2
Selanjutnya perlu dihitung:

$$\sum Y^2 = (16)^2 + (15)^2 + \cdots + (13)^2 + (16)^2 = 1.972$$

$$R_y = (149)^2/(12) = 1.850{,}08$$

$$B_y = \frac{(32)^2 + (40)^2 + (37)^2 + (40)^2}{3} - 1.850{,}08 = 14{,}25$$

$$K_y = \frac{(53)^2 + (49)^2 + (47)^2}{4} - 1.850{,}08 = 4{,}67$$

Untuk menentukan Q1 (j = 1, 2, 3, 4), kita perlu mengetahui jumlah untuk A, B, C, dan D. Besarnya adalah:

J_A = 16 + 15 + 16 = 47

$J_B \quad = \quad 12 + 8 + 10 \quad = \quad 30$
$J_C \quad = \quad 10 + 12 + 8 \quad = \quad 30$
$J_D \quad = \quad 15 + 14 + 13 \quad = \quad 42$

Sehingga:

$Q_1 \quad = \quad 3(47) - (32 + 40 + 40) \quad = \quad 29$
$Q_2 \quad = \quad 3(30) - (32 + 40 + 37) \quad = \quad -19$
$Q_3 \quad = \quad 3(30) - (32 + 37 + 40) \quad = \quad -19$
$Q_4 \quad = \quad 3(42) - (40 + 37 + 40) \quad = \quad 9$

Maka diperoleh :

$$P_y = \frac{(29)^2 + (-19)^2 + (-19)^2 + (9)^2}{(3)(4)(2)} = 68,5$$

$$E_y = 1.972 - 1.850,08 - 14,25 - 4,67 - 68,5 = 34,5$$

Hasil-hasil di atas memberikan daftar ANAVA sebagai berikut:

Tabel 5.6 Anava Untuk Data Pada 5.5

Sumber Variasi	Dk	JK	RJK	F
Rata-rata	1	1.850,08	1.850,08	
Lokasi Tanam	3	14,25	4,75	
Waktu Tanam	2	4,67	2,34	
Jenis Bibit	3	68,5	22,83	1,88
Kekeliruan	3	34,5	11,5	
Jumlah	12	1.972	—	

Harga $F = \frac{22,83}{11,5} = 1,99$ dan ini akan memberikan hasil pengujian yang tidak signifikan. Penggunaan jenis panen tidak mepengaruhi hasil panen. Jenis bibit mempunyai profil masing-masing

BAB VI
DESAIN FAKTORIAL

Pada Desain Faktorial ini membicarakan mengenai eksperimen dengan dua faktor. Dikatakan sebagai faktorial karena eksperimen tersebut mengkombinasikan atau menyilangkan antara faktor yang satu dengan faktor yang lainnya yang ada dalam eksperimen tersebut. Berdasarkan adanya banyak taraf dalam tiap faktor, eksperimen ini sering diberi nama dengan perkalian antara taraf faktor yang satu dengan banyak taraf fakor lainnya.

Pada umumnya faktor tersebut dilambangkan dengan huruf besar seperti A, B, C, ..., Banyaknya taraf untuk tiap faktor kan dinyatakan dengan huruf kecil sesuai dengan huruf besar yang digunakan pada faktor, seperti a, b, c, ..., ...

Pada desain eksperimen faktorial a x b ini model yang biasanya digunakan adalah:

Yijk = μ + Ai + Bj + Abij + Ɛk(ij).............VI (1)

dengan: i = 1, 2, ..., ..., a

j = 1, 2, ..., ..., b

k = 1, 2, ..., ..., n

Yijk = variabel respon hasil observasi ke-k yang terjadi karena pengaruh bersama taraf ke-i faktor A dan taraf ke-j faktor B

μ = rata-rata yang sebenarnya (berharga konstan)

Ai = efek taraf ke i faktor A

Bj = efek taraf ke j faktor B

Abij = efek interaksi antara taraf ke-i faktor A dan taraf ke-j faktor B

Ɛk(ij) = efek unit eksperimen ke-k dalam kombinasi perlakuan (ij)

I. Model Tetap atau model I

daftar atas diperlihatkan oleh arah anak panah.

Daerah kritis pengujian ditentukan oleh:

$F_\alpha(a - 1, ab(n - 1))$ untuk hipotesis H_1

$F_\alpha(b - 1, ab(n - 1))$ untuk hipotesis H_2

$F_\alpha((a - 1)(b - 1), ab(n - 1))$ untuk hipotesis H_3

DAFTAR VI (1)
ERJK UNTUK EKSPERIMEN FAKTORIAL a x b
(n Observasi Tiap Sel)
Model Tetap

Sumber Variasi	ERJK
Rata-rata Perlakuan	
A	$\sigma_\epsilon^2 + nb\sum_{i=1}^{a} A_i^2/(a-1)$
B	$\sigma_\epsilon^2 + na\sum_{j=1}^{b} B_j^2/(b-1)$
AB	$\sigma_\epsilon^2 + n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} (AB)_{ij}^2/(a-1)(b-1)$
Kekeliruan	σ_ϵ^2

Setelah memperhatikan ERJK dalam daftar di atas dan menggunakan hasil-hasil dari Daftar V (1), maka untuk menguji:

H_1 dipakai statistik F = A/E
H_2 dipakai statistik F = B/E
H_3 dipakai statistik F = AB/E
Pembentukan rasio F, yakni (A/E, B/E dan AB/E) dalam

II. Model Acak atau Model II atau Model Komponen Variansi

Dalam hal ini si peneliti mempunyai sebuah populasi yang terdiri atas sejumlah taraf faktor A dari mana sebanyak a taraf telah diambil sebagai sampel dan ia juga mempunyai sebuah sampel yang terdiri atas sekumpulan taraf faktor B dari mana sebanyak b taraf diambil sebagai sampel. Dengan demikian, a buah taraf faktor A dan b buah taraf faktor B itu merupakan sampel yang terdapat di dalam eksperimen.

Asumsi yang berlaku untuk Model II ini adalah:

$A_i \sim DNI(0, \sigma_A^2)$
$B_j \sim DNI(0, \sigma_B^2)$

$AB_{ij} \sim DNI(0, \sigma^2_{AB})$

Adapun hipotesis yang dapat diuji untuk model ini tiada lain daripada:

H_4 : $\sigma^2_A = 0$

H_5 : $\sigma^2_B = 0$

H_6 : $\sigma^2_{AB} = 0$

sedangkan ERJK untuk Model II dapat dilihat seperti dalam daftar berikut:

DAFTAR VI (2)
ERJK UNTUK EKSPERIMEN FAKTORIAL a x b
(n Observasi Tiap Sel)
Model Acak

Sumber Variasi	ERJK
Rata-rata	
Perlakuan	
A	$\sigma^2_\epsilon + n\sigma^2_{AB} + nb\sigma^2_A$
B	$\sigma^2_\epsilon + n\sigma^2_{AB} + na\sigma^2_B$
AB	$\sigma^2_\epsilon + n\sigma^2_{AB}$
Kekeliruan	σ^2_ϵ

Statistik yang diperlukan untuk menguji (lihat arah anak panah dalam daftar di atas).

H_4 adalah statistik F = A/AB

H_5 adalah statistik F = B/AB

H_6 adalah statistik F = AB/E

Daerah kritisnya ditentukan oleh:

$F_\alpha(a - 1,(a - 1)(b - 1))$ untuk H_4

$F_\alpha(b - 1, (a - 1)(b - 1))$ untuk H_5

$F_\alpha((a - 1)(b - 1), ab(n - 1))$ untuk H_6

III. Model Campuran: A tetap, B acak (Model III)

Ditinjau dari adanya atau didapatnya taraf faktor-faktor, bisa terjadi:

1) seluruhnya hanya ada sebanyak a taraf faktor A, semuanya digunakan di dalam eksperimen, dan

2) eksperimen tersebut menggunakan sebuah sampel yang terdiri atas b buah taraf faktor B yang telah diambil secara acak dari sebuah populasi terdiri atas taraf-taraf faktor B.

Jadi, adanya taraf faktor A di dalam eksperimen bersifat tetap sedangkan untuk taraf faktor B bersifat acak. Model yang demikian dikenal dengan nama *model campuran atau Model III*, di mana A tetap dan B acak.

Jelas bahwa asumsi mengenai faktor-faktornya pun merupakan campuran pula yang bentuknya:

$$\sum_{i=1}^{a} A_1 = \sum_{i=1}^{a} AB_{ij} = 0$$

$$B_j \sim DNI(0, \sigma_B^2)$$

$$\sum_{j=1}^{b} AB_{ij} \text{ tidak dimisalkan sama dengan nol.}$$

Rata-rata jumlah kuadrat-kuadrat yang diharapkan (ERJK) untuk model campuran ini ternyata seperti dalam daftar berikut:

DAFTAR VI (3)
ERJK UNTUK EKSPERIMEN FAKTORIAL a x b
n Observasi Tiap Sel
Model III (A tetap, B acak)

Sumber Variasi	ERJK
Rata-rata Perlakuan	
A	$\sigma_\epsilon^2 + n\sigma_{AB}^2 + nb\sum_{i=1}^{a} A_1^2/(a-1)$
B	$\sigma_\epsilon^2 + na\sigma_B^2$
AB	$\sigma_\epsilon^2 + n\sigma_{AB}^2$
Kekeliruan	σ_ϵ^2

Hipotesis yang dapat diuji juga merupakan campuran, ialah:

H_7 : $A_i = 0$ (i = 1, 2, ..., a)
H_8 : $\sigma_B^2 = 0$
H_9 : $\sigma_{AB}^2 = 0$

dan statistik F yang digunakan (sesuai dengan arah anak panah dalam daftar di atas), adalah:

$F = A/AB$ untuk hipotesis H_7
$F = B/E$ untuk hipotesis H_8
$F = AB/E$ untuk hipotesis H_9

Adapun daerah kritisnya masing-masing dibatasi oleh:

$F_\alpha(a - 1,(a - 1)(b - 1))$ untuk hipotesis H_7
$F_\alpha(b - 1, ab(n - 1))$ untuk hipotesis H_8
$F_\alpha((a - 1)(b - 1), ab(n - 1))$ untuk hipotesis H_9

IV. Model Campuran: A acak, B tetap (Model IV)

Model campuran atau *Model IV* yang kedua ini adalah kebalikan dari model campuran di atas, ialah: di sini diambil faktor A acak sedangkan faktor B tetap. Ini berarti, bahwa model ini menyangkut sebuah eksperimen yang:

1) menggunakan sebuah sampel acak yang terdiri atas abuah taraf faktor A yang diambil dari sebuah populasi terdiri atas taraf-taraf faktor A, dan
2) menggunakan semua taraf faktor B sebanyak b buah yang tersedia.

Asumsi yang diambil untuk Model IV ini sebagai berikut:

$$A_i \sim DNI(0, \sigma_A^2)$$

$$\sum_{j=1}^{b} B_j = \sum_{j=1}^{b} AB_{ij} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{a} AB_{ij} \text{ tidak dimisalkan nol.}$$

Sedangkan hipotesis yang dapat diuji ialah:

$H'_7 : \sigma_A^2 = 0$
$H'_8 : B_j = 0 \ (j = 1, 2, \dots, b)$
$H'_9 : \sigma_{AB}^2 = 0$

Harga F yang digunakan untuk menguji:

H'_7 adalah statistik $F = A/E$
H'_8 adalah statistik $F = B/AB$
H'_9 adalah statistik $F = AB/E$

Ini semua dapat dilihat dari arah anak panah dalam kolom ERJK yang tercantum di dalam daftar berikut:

DAFTAR VI (4)
ERJK UNTUK EKSPERIMEN FAKTORIAL a x b
n OBSERVASI TIAP SEL
MODEL IV (A acak, B tetap)

Sumber Variasi	ERJK
Rata-rata Perlakuan	
A	$\sigma_\epsilon^2 + nb\sigma_A^2$
B	$\sigma_\epsilon^2 + n\sigma_{AB}^2 + na\sum_{j=1}^{b} B_j^2/(b-1)$
AB	$\sigma_\epsilon^2 + n\sigma_{AB}^2$
Kekeliruan	σ_ϵ^2

Dari daftar di atas daerah kritisnya dibatasi oleh:

$F_\alpha(a-1, ab(n-1))$ untuk hipotesis H_7'
$F_\alpha(b-1, (a-1)(b-1))$ untuk hipotesis H_8'
$F_\alpha((a-1)(b-1), ab(n-1))$ untuk hipotesis H_9'

Contoh VI (1)

Tabel 6.1 Hasil Produksi Perlakuan 5 Jenis Bibit Kedelai Indonesia dan Lokasi Tanam (ton/ha)

Lokasi Tanam (B)	Jenis Bibit (A)					Jumlah	Rata-rata
	Raja Basa	Mutiara 1	Dena 1	Dega 1	Grobogan		
Pakis haji	2,1 3,2 2,7	2,4 2,8 3,2	2,1 2,2 2,7	2,9 2,8 2,9	2,8 3,0 3,0		
Jumlah	8	8,4	7	8,6	8,8	40,8	
Rata-rata	2,7	2,8	2,3	2,9	2,9	-	2,7
Tumpang	2,2 2,9 2,4	2,7 3,7 3,5	2,2 2,5 2,4	3,0 2,9 3,4	3,2 2,9 2,8		
Jumlah	7,5	9,9	7,1	9,3	8,9	42,7	
Rata-rata	2,5	3,3	2,4	3,1	3,0	-	2,9
Singosari	2,4 3,4 3,2	2,7 2,8 3,5	2,1 2,5 2,3	2,8 3,4 3,2	2,8 3,0 2,9		
Jumlah	9	9	6,9	9,4	8,7	43	-
Rata-rata	3	3	2,3	3,1	2,9	-	2,9
Jumlah Besar	24,5	27,3	27,3	27,3	26,4	132,8	
Rata-rata	2,7	3,0	2,3	3,0	2,9		2,9

Sumber : Nelly dan I.N.G. Wardana, CIASTECH, 2018

Hipotesa : Tidak ada perbedaan penggunaan jenis bibit, lokasi tanam dan interaksi jenis bibit dan lokasi tanam terhadap hasil panen/produksi. :

$(\sigma^2 A) = 0; (\sigma^2 B) = 0; (\sigma^2 AB) = 0$

Pengolahan data :

$Y^2 = (2,1)^2 + (3,2)^2 + \ldots + (3,0)^2 + (2,9)^2 = 372,15$

$Ry = (132,8)^2 / 5x3x3 = 391,9$

$Ay = (40,8)^2 + (42,7)^2 + (43)^2 / 3 \times 3 – 391,9 = 167,8$

$By = (24,5)^2 + (27,3)^2 + (27,3)^2 + (27,3)^2 + (26,4)^2 / 5 \times 3 – 391,908 = - 305,42$

$Jab = 1/3 \{ (8)^2 + (8,4)^2 + \ldots + (9,4)^2 + (8,7)^2 /5 – 391,908 = -32,21$

$ABy = (- 32,1) – 167,8 – (- 305,42) = 105,52$

$Ey = 372,15 – 391,9 – 167,8 – (-305,42) – (105,52) = 12,7$

Analisa data :

Untuk model acak maka nilai F hitung (sampel)/ perlakuan diperoleh dengan rumus : A = A/AB ; B = B/AB ; AB = AB/E

Dan untuk nilai F tabel (populasi) dengan tingkat kepercayaan 95%, dari tabel F diperoleh :

$F_{0,05}$ Varietas (4, 30) = 2,69

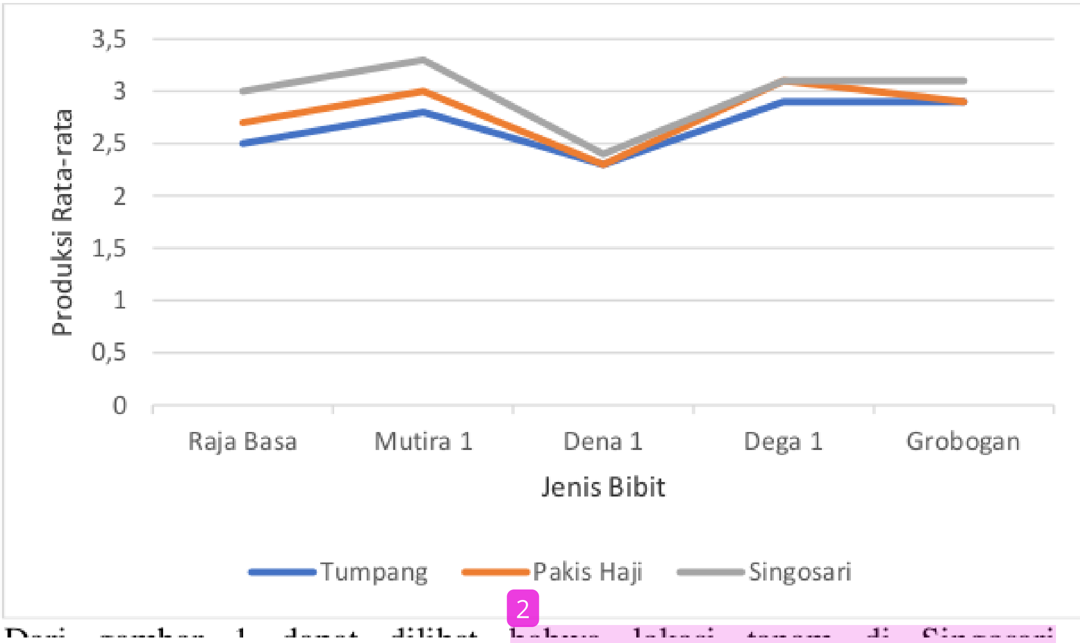
$F_{0,05}$ Lokasi tanam (2, 30) = 3,32

$F_{0,05}$ Interaksi (2, 30) = 3,32

Tabel 6.2 Analisa Varians 5 Jenis Bibit Kedelai Indonesia dan 3 Lokasi Tanam

Sumber Variasi	Derajat kebebasan (dk)	Jumlah kuadrat-kuadrat (JK)	Rata-rata jumlah kuadrat-kuadrat (RJK)	F hitung
Rata-rata	1	391,9	391,9	
PERLAKUAN :				
- Varietas	4	167,8	41,95	
-Lokasi tanam	2	- 305,42	-152,7	0,79
Interaksi	2	105,52	52,76	-2,89
Kekeliruan	30	12,7	0,42	125,61

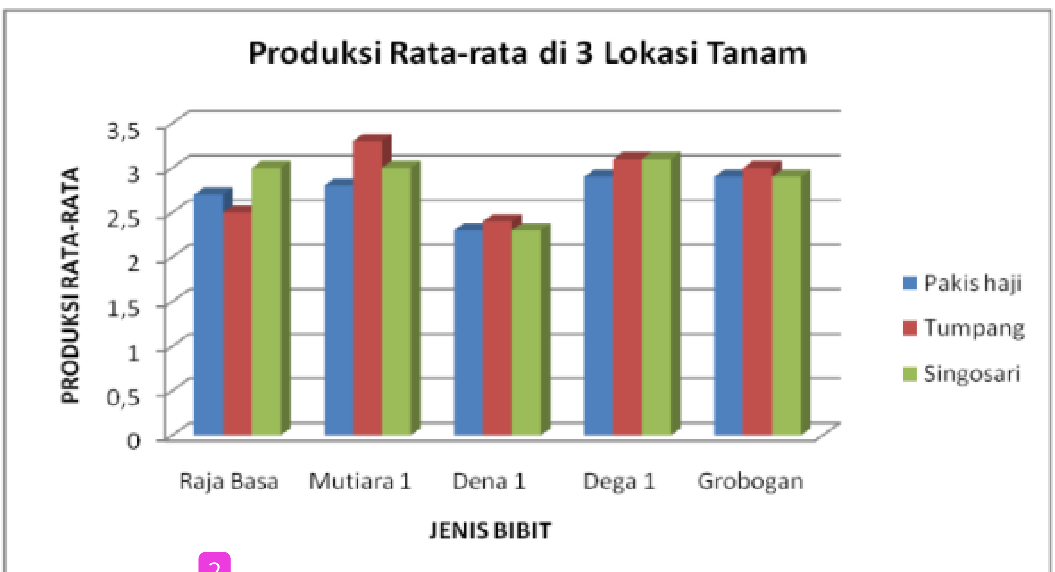
Dari tabel 2 dapat dilihat bahwa F hitung < F tabel, maka hipotesa diterima, artinya tidak ada pengaruh hasil produksi karena varietas, begitu juga untuk lokasi tanam. F hitung > F tabel, maka hipotesa ditolak, artinya ada pengaruh hasil produksi karena interaksi antara varietas dan lokasi tanam. Hal ini sesuai dengan kenyataanya bahwa masing-masing jenis bibit mempunyai profil masing – masing yang telah ditemukan oleh pemulianya yang ditanam di lokasi pemuliaan. Begitu juga untuk interaksi terbukti, ada perbedaan jumlah hasil produksi di masing-masing lokasi tanam, karena terjadi interaksi antara jenis bibit dengan lokasi tanam Dari hasil penelitian terbukti bahwa kedelai dapat tumbuh dan menghasilkan dengan jumlah yang tinggi sesuai dengan profil walaupun di tanam di lokasi lain, ini menjadi novelty peneliti. Selama ini petani khawatir tidak tumbuh apalagi menghasilkan.



Dari gambar 1 dapat dilihat bahwa lokasi tanam di Singosari

Gambar 1 Produksi rata-rata di 3 lokasi tanam

Hasil penelitian ini dapat dilihat juga pada gambar2, berikut :



Gambar 2 Produksi rata-rata di 3 lokasi tanam

Dari gambar 2 dapat dilihat bahwa lokasi tanam di Singosari menghasilkan produksi yang tinggi untuk semua jenis bibit kecuali Dena1 agak lebih sedikit.

KESIMPULAN

1. Penggunaan jenis bibit kedelai Indonesia tidak berpengaruh terhadap hasil produksi yang diperoleh. Masing-masing varietas mempunyai profil masing-masing.
2. Lokasi tanam tidak berpengaruh terhadap hasil produksi yang diperoleh.
3. Interaksi antara jenis bibit dan lokasi tanam sangat berpengaruh terhadap hasil produksi yang diperoleh.
4. Hasil produksi rata-rata sebesar 2,9 ton/ha untuk lokasi Tumpang dan Sngosari sedangkan untuk pakis haji 2,7 ton/ha.
5. Jenis Bibit Mutiara1 dan Dega 1 menghasilkan produksi yang paling tinggi baik di lokasi Pakishaji, Tumpang maupun Singosari yaitu rata-rata sebesar 3,0 ton/ha sedangkan untuk raja basa 2.7 ton/ha, Dena1 2,3 ton/ha dan Grobogan 2,9 ton/ha
6. Novelty dari penelitian ini adalah jenis bibit kedelai produksi dalam negeri dapat ditanam di berbagai lokasi dan di berbagai waktu. Juga menghasilkan produksi yang tinggi sesuai dengan profilnya masing-masing.

Contoh VI (2) :

Dari hasil eksperimen, diperoleh hasil produksi sebagai berikut :

Tabel 1 Hasil Produksi Perlakuan 5 Varietas Kedelai Indonesia dan 3 Waktu Tanam (Ton/ha)

Waktu Tanam (B)	Varietas (A)					Jumlah	Rata-rata
	Raja Basa	Mutiara 1	Dena 1	Dega 1	Grobogan		
Januari	2,2 2,9 2,4	2,7 3,7 3,5	2,2 2,5 2,4	3,0 2,9 3,4	3,2 2,9 2,8		
Jumlah	7,5	9,9	7,1	9,3	8,9	42,7	
Rata-rata	2,5	3,3	2,4	3,1	3,0	-	2,9
February	2,4 3,4 3,2	2,7 2,8 3,5	2,1 2,5 2,3	2,8 3,4 3,2	2,8 3,0 2,9		
Jumlah	9	9	6,9	9,4	8,7	43	
Rata-rata	3	3	2,3	3,1	2,9	-	2,9
Maret	2,1 3,2 2,7	2,4 2,8 3,2	2,1 2,2 2,7	2,9 2,8 2,9	2,8 3,0 3,0		
Jumlah	8	8,4	7	8,6	8,8	40,8	-
Rata-rata	2,7	2,8	2,3	2,9	2,9	-	2,7
Jumlah Besar	24,5	27,3	27,3	27,3	26,4	132,8	
Rata-rata	2,6	3,0	3,0	3,0	2,9		2,9

Sumber : Nelly dan I.N.G. Wardana, Laporan Hibah Pasca Doktor 2018

Hipotesa : Varians: (σ^2 A) = 0; (σ^2 B)= 0; (σ^2 AB)= 0

Tidak ada perbedaan hasil produksi dari penggunaan macam jenis bibit dan waktu tanam serta interaksi penggunaan jenis bibit dan waktu tanam

$\sum Y^2 = (2,2)^2 + (2,9)^2 + \ldots + (3,0)^2 + (3,0)^2 = 372,15$

$Ry = (132,8)^2 / 5x3x3 = 391,9$

$Ay = (42,7)^2 + (43)^2 + (40,8)^2 / 3x3 – 391,9 = 167,8$

$By =(24,5)^2 + (27,3)^2 + (27,3)^2 + (27,3)^2 + (26,4)^2 / 5 x 3 – 391,9 = - 305,42$

$Jab = 1/3 \{ (7,5)^2 + (9,9)^2 + \ldots + (8,6)^2 + (8,8)^2 /3 – 391,9 = -32,21$

ABy = - 32,1 –167,8 – (- 305,42) = 105,52

Ey = 372,15 – 391,9 – 167,8 – (-305,42) – (105,52) = 12,7

F hitung perlakuan : A = A/AB

B = B/AB

AB = AB/E

Tabel 2 Analisa Varians 5 Varietas Kedelai Indonesia dan Waktu Tanam

Sumber Variasi	Derajat kebebasan (dk)	Jumlah Kuadrat-kuadrat (JK)	Rata-rata Jumlah Kuadrat-kuadrat (RJK)	F hitung
Rata-rata	1	391,9	391,9	
PERLAKUAN (Varietas)	4	167,8	41,95	0,79
(Waktu Tanam)	2	305,42	-152,7	-2,89
Interaksi	2	105,52	52,76	125,61
Kekeliruan	30	12,7	0,42	

Dengan tingkat kepercayaan 95%, dari table F diperoleh :

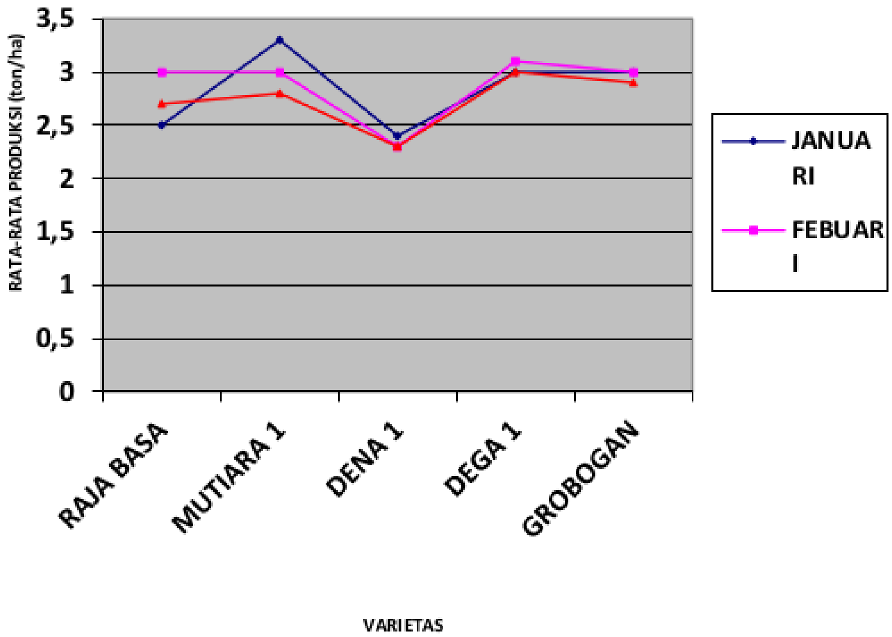
$F_{0,05}$ Varietas (4, 30) = 2,69

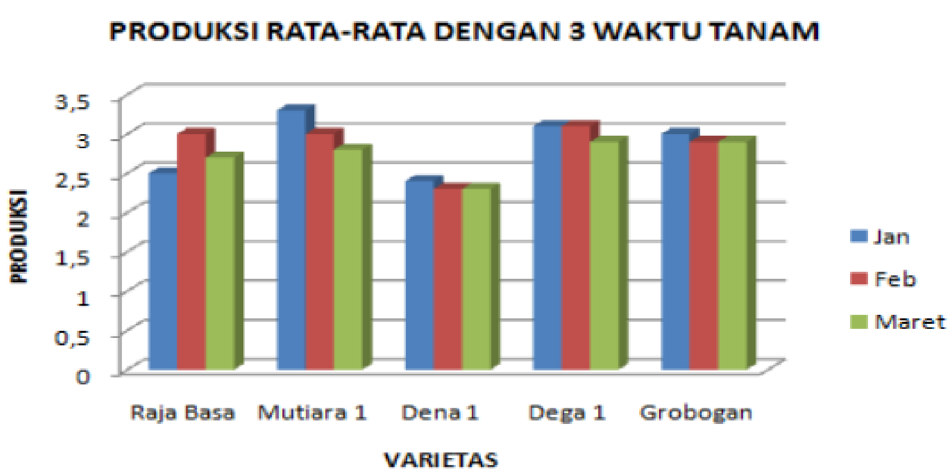
$F_{0,05}$ Waktu Tanam (2, 30) = 3,32

$F_{0,05}$ Interaksi (2, 30) = 2,32

F hitung < F tabel, maka hipotesa diterima, artinya tidak ada pengaruh hasil produksi karena Varietas kedelai Indonesia, begitu juga untuk Waktu Tanam. Untuk Interkasi, F hitung > F tabel, maka hipotesa ditolak, artinya ada pengaruh hasil produksi karena interaksi antara

Varietas kedelai Indonesia dan Waktu Tanam. .





Gambar 1 dan 2 , Hasil Produksi rata-rata dengan 3 waktu tanam

Dari gambar 1 dapat dilihat bahwa waktu tanam bulan Februari menghasilkan produksi yang paling tinggi yaitu 43 ton/ha sedangkan bulan januari dan maret masing-masing menghasilkan produksi 42,7 ton/ha dan 40,8 ton/ha.

Kesimpulan :

1. Varietas kedelai Indonesia tidak mempengaruhi hasil produksi yang diperoleh.
2. WaktuTanam tidak mempengaruhi hasil produksi yang diperoleh.
3. Interkasi antara varietas dan waktu tanam sangat mempengaruhi hasil produksi yang diperoleh.
4. Waktu Tanam bulan Februari menghasilkan produksi yang paling tinggi yaitu 43 ton/ha sedangkan bulan januari dan maret masing-masing menghasilkan produksi 42,7 ton/ha dan 40,8 ton/ha.

Table 1 Results of Treatment of 5 Varieties of Indonesian Soybean and 3 Planting Time (Ton/ha)

Plan-ti ng time (B)	Variety (A)					Amount	Ave-rage
	Raja Basa	Mutiara 1	Dena 1	Dega 1	Grobogan		
March	2,2 2,9 2,4	2,7 3,7 3,5	2,2 2,5 2,4	3,0 2,9 3,4	3,2 2,9 2,8		
amount	7,5	9,9	7,1	9,3	8,9	42,7	
Average	2,5	3,3	2,4	3,1	3,0	-	2,9
April	2,4 3,4 3,2	2,7 2,8 3,5	2,1 2,5 2,3	2,8 3,4 3,2	2,8 3,0 2,9		
amount	9	9	6,9	9,4	8,7	43	
Average	3	3	2,3	3,1	2,9	-	2,9
May	2,1 3,2 2,7	2,4 2,8 3,2	2,1 2,2 2,7	2,9 2,8 2,9	2,8 3,0 3,0		
Amount	8	8,4	7	8,6	8,8	40,8	-
Average	2,7	2,8	2,3	2,9	2,9	-	2,7
Total amount	24,5	27,3	27,3	27,3	26,4	132,8	
Average	2,6	3,0	3,0	3,0	2,9		2,9

1. HYPOTHESIS

There is no difference in the use of seed type, planting time and interaction of seed type and planting time toward production results.

: Varians: $(\sigma^2 A) = 0$; $(\sigma^2 B) = 0$; $(\sigma^2 AB) = 0$

(There are no different variant for varieties, planting time and interaction A and B to production results)

2. DATA PROCESSING

$\sum Y^2 = (2,2)^2 + (2,9)^2 + \ldots + (3,0)^2 + (3,0)^2 = 372,15$

$Ry = (132,8)^2 \,/\, 5x3x3 = 391,9$

$Ay = (42,7)^2 + (43)^2 + (40,8)^2 / 3x3 – 391,9 = 167,8$

By =(24,5)2 + (27,3)2 + (27,3)2+ (27,3)2 + (26,4)2/ 5 x 3 – 391,9 = - 305,42

Jab =1/3 {(7,5)2 + (9,9)2 + …+ (8,6)2 + (8,8)2/3 – 391,9 = - 32,21

ABy = - 32,1 –167,8 – (- 305,42) = 105,52

Ey = 372,15 – 391,9 – 167,8 – (-305,42) – (105,52) = 12,7

3. DATA ANALYSIS

For the random model, F value (sample) / treatment is obtained by the following formula:

: A = A/AB ; B = B/AB ; AB = AB/E

Table 2 Variance Analysis of 5 Indonesian Soybean Varieties and Planting Time

Variation source	Degree of freedom (dk)	Sum of squares (JK)	Averag e Sum of squares (RJK)	F calculation
Average of TREATMENT:	1	391,9	391,9	
(Variety)	4	167,8	41,95	0,79
(planting time)	2	305,42	-152,7	-2,89
Inter-action	2	105,52	52,76	125,61
Standar Error	30	12,7	0,42	

With 95% confidence level, it is obtained:

F0,05Variety (4,30) = 2,69

F0,05 Planting time (2,30) = 3,32 F0,05

Interaction (2,30) = 2,32

F calculation <F table, then the hypothesis is accepted, meaning there is no effect of production result because of the Indonesian soybean varieties, similar to the planting time. For Interaction, F calculation> F table, then the hypothesis is rejected, it means there is influence in production result because of the interaction between soybean varieties of Indonesia and Planting Time.

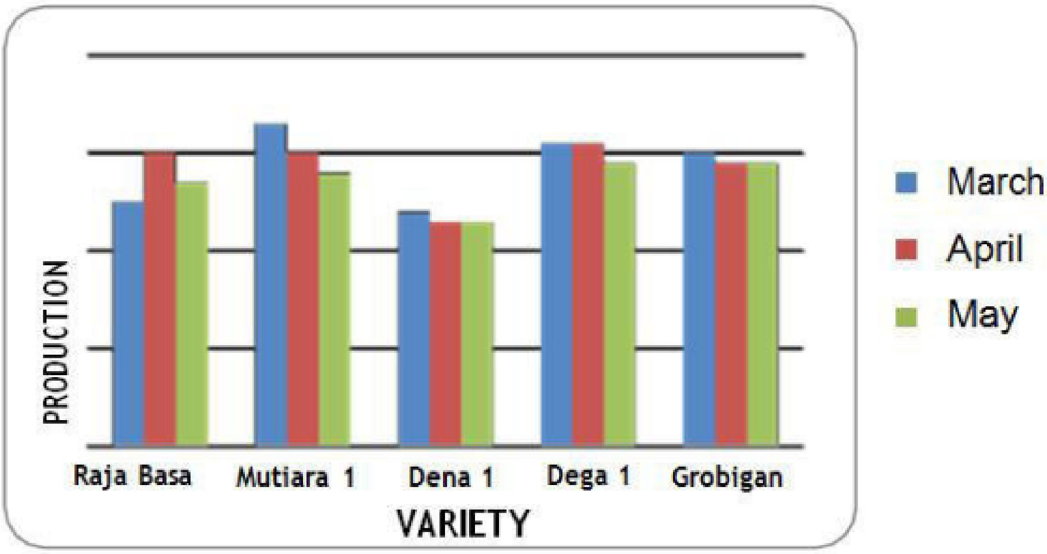


Figure 1 Average production of 3 planting time

From Figure 1 it can be seen that April reach the highest average production of 43 tons/ha, while March and May each produced average production of 42.7 tons/ha and 40.8 tons / ha.

4. DISCUSSION

Table 2 showed that F calculation <F table, therefore the hypothesis is accepted. There is no effect to production result because of variety, same goes to planting location. F calculation> F table, then the hypothesis is rejected, meaning there is influence of production result because of the interaction between variety and plant location. This corresponds to the fact that each type of seed has its own profile which has been discovered by its breeder planted at the breeding site in the usual planting time of soybean farmers. For the interactions, it is proven that there is a difference in the amount of production in each planting time. The results of the research proved that soybeans can grow and can be productive if planted in other locations as well when planted in different month than usual, for instance June or July in Jember and November or December in Banyuwangi (Nelly, 2016), this is being the novelty of the researcher because previous farmers worried about their soybean for not growing or producing.

5. CONCLUSION

1. Indonesian soybean varieties do not affect the results of production obtained.
2. Planting time does not affect the results of production obtained.
3. The interaction between varieties and planting times greatly affects the production results obtained.
4. Planting time in May produced the highest production of 2.7 tons/ha, while March and April each produce 2.5 tons/ha
5. In March, the Mutiara1 variety produced the highest average production of 3.3 tons/ha, in April the Dega 1 variety was 3.1 tons / ha and in May the Dega 1 and Grobogan varieties were 2 , 9 tons/ha
6. Each variety has its own profile.

Apabila eksperimen faktorial ini meliputi 3 buah faktor, misal faktor-faktor itu A, B, dan C masing-masing dengan taraf sebanyak: a, b, dan c. Jika eksperimennya dilakukan dengan menggunakan desain acak sempurna, dalam tiap kombinasi perlakuan terdapat n buah unit eksperimen atau observasi, maka model linier yang tepat untuk desain eksperimen faktorial a x b x c ini adalah:

$$Y_{ijk\ell} = \mu + A_i + B_j + AB_{ij} + C_k + AC_{ik} + BC_{jk} + ABC_{ijk} + \epsilon_{\ell(ijk)} \text{..........VI (2)}$$

i = 1, 2, ...,a

j = 1, 2, ...,b

k = 1, 2, ...,c

ℓ = 1, 2, ...,n

dengan $Y_{ijk\ell}$, μ, A_i, B_j, AB_{ij}, C_k, AC_{ik} dan BC_{jk} dapat dijelaskan seperti penjelasan untuk model dengan Persamaan VI (1), sedangkan

ABC_{ijk} = efek sebenarnya terhadap variabel respon yang disebabkan oleh interaksi antara taraf ke-i faktor A, taraf ke-j faktor B dan taraf ke-k faktor C

$\epsilon_{\ell(ijk)}$ = efek sebenarnya daripada unit eksperimen ke-ℓ dikarenakan oleh kombinasi perlakuan (ijk).

Seperti biasanya diasumsikan $\epsilon_{\ell(ijk)} \sim \text{DNI}(0, \sigma_\epsilon^2)$

Untuk keperluan ANAVA, maka jumlah kuadrat-kuadrat ΣY^2 dan R_y dihitung serupa seperti dalam hal untuk dua faktor, ialah:

$$\sum Y^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{\ell=1}^{n} Y_{ijk\ell}^2$$

$$\text{dan } R_y = \left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{\ell=1}^{n} Y_{ijk\ell}^2\right)^2 \Big/ (abcn)$$

Jumlah kuadrat-kuadrat lainnya yang diperlukan akan mudah dapat dihitung apabila data hasil observasi dipecah dan disusun dalam beberapa buah daftar, ialah: daftar a x b x c, daftar a x b, daftar a x c dan daftar b x c.

Dari daftar-daftar itu dapat dihitung:

J_{abc} = jumlah kuadrat-kuadrat antara sel untuk daftar a x b x c

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\left(J_{ijk}^2/n\right) - R_y$$

dengan J_{ijk} = elemen dalam sel (ijk) dari daftar a x b x c

$$= \sum_{\ell=1}^{n} Y_{ijk\ell}$$

Jab = jumlah kuadrat-kuadrat antara sel untuk daftar a x b

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(J_{ij}^2/cn\right) - R_y$$

Jac = jumlah kuadrat-kuadrat antara sel untuk daftar a x c

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{c}\left(J_{ik}^2/bn\right) - R_y$$

dengan J_{ik} = elemen dalam sel (ik) dari daftar a x c

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{\ell=1}^{n} Y_{ijk\ell} = \sum_{i=1}^{a} J_{ijk}$$

$$A_y = \sum_{i=1}^{a} \left(A_i^2/bcn\right) - R_y$$

dengan A_i = jumlah semua nilai observasi untuk taraf ke-i faktor A.

$$= \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{\ell=1}^{n} Y_{ijk\ell} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} J_{ijk}$$

dengan J_{ij} = elemen dalam sel (ij) dari daftar a x b

$$= \sum_{k=1}^{c}\sum_{\ell=1}^{n} Y_{ijk\ell} = \sum_{k=1}^{c} J_{ijk}$$

$$= \sum_{j=1}^{b} J_{ij} = \sum_{k=1}^{c} J_{ik}$$

$$B_y = \sum_{j=1}^{b} \left(B_i^2/acn\right) - R_y$$

dengan B_j = jumlah semua nilai observasi untuk taraf ke-j faktor B.

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}\sum_{\ell=1}^{n} Y_{ijk\ell} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c} J_{ijk}$$

$$= \sum_{i=1}^{a} J_{ij} = \sum_{k=1}^{c} J_{jk}$$

$$C_y = \sum_{k=1}^{c} \left(C_k^2/abn\right) - R_y$$

dengan Ck = jumlah semua nilai observasi untuk taraf ke-k faktor C.

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{\ell=1}^{n} Y_{ijk\ell} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} J_{ijk}$$

$$= \sum_{i=1}^{a} J_{ik} = \sum_{j=1}^{b} J_{jk}$$

$AB_y = J_{ab} - A_y - B_y$

$AC_y = J_{ac} - A_y - C_y$

$BC_y = J_{bc} - B_y - C_y$
$ABC_y = J_{abc} - A_y - B_y - C_y - AB_y - AC_y - BC_y$
$E_y \quad = \Sigma Y^2 - R_y - A_y - B_y - C_y - AB_y - AC_y - BC_y - ABC_y$

Daftar ANAVA untuk model desain ini, dengan satuan-satuan yang telah disebutkan di atas, adalah sebagai berikut:

DAFTAR VI (5)
ANAVA DESAIN EKSPERIMEN FAKTORIAL a x b x c
N OBSERVASI TIAP SEL
DESAIN ACAK SEMPURNA

Sumber Variasi	dk	JK	RJK	F
Rata-rata	1	R_y	R	Ditentukan oleh sifat faktor
Perlakuan				
A	a – 1	A_y	A	
B	b – 1	B_y	B	
C	c – 1	C_y	C	
AB	(a – 1)(b – 1)	AB_y	AB	
AC	(a – 1)(c – 1)	AC_y	AC	
BC	(b – 1)(c – 1)	BC_y	BC	
ABC	(a – 1)(b – 1)(c – 1)	ABC_y	ABC	
Kekeliruan	abc(n-1)	E_y	E	
Jumlah	abcn	ΣY^2	—	

Sebagaimana halnya dalam desain faktorial a x b di mana pengujian yang tepat ditentukan oleh sifat faktor-faktor, maka dalam hal ini pun sifat faktor *tetap* dan acak akan menentukan harga F untuk pengujian yang diperlukan.

Karena taraf tiap faktor bisa *tetap* atau *acak* dan semuanya ada 3 buah faktor, maka seluruhnya akan didapatkan 8 buah medel yakni: Model I (model tetap), Model II (model acak) dan 6 buah Model III (model campuran) yang diberikan di bawah ini:

Model I : banyak taraf untuk faktor-faktor A, B, C semuanya tetap
Model II : banyak taraf a, b, c semuanya acak:

$$
\text{Model III} \quad \begin{cases} \text{a dan b tetap, c acak} \\ \text{a dan c tetap, b acak} \\ \text{b dan c tetap, a acak} \\ \text{a tetap, b dan c acak} \\ \text{b tetap, a dan c acak} \\ \text{c tetap, a dan b acak} \end{cases}
$$

Sejalan dengan uraian dalam eksperimen faktorial a x b untuk dua faktor, maka pengertian *tetap* dan *acak* mengenai taraf tiap faktor dapat diterapkan di sini. Demikian pula mengenai asumsi-asumsi yang harus diambil, hipotesis yang dapat diuji dan ERJK untuk tiap model satu demi satu dapat disusun. Dari daftar ERJK, harga-harga F untuk pengujian tiap hipotesis yang bersangkutan dengan mudah dapat ditentukan.

Model I (Model Tetap)

Model ini digunakan apabila hanya berurusan dengan banyak taraf tetap untuk tiap faktor, ialah sebanyak a untuk faktor A, b untuk faktor B dan c untuk faktor C. Kesimpulannya tentulah hanya berlaku untuk taraf yang tetap tersebut. Secara simbolik asumsi tersebut bisa ditulis sebagai:

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{a} A_i = \sum_{j=1}^{b} B_j = \sum_{k=1}^{c} C_k = \sum_{i=1}^{a} AB_{ij} = \sum_{j=1}^{b} AB_{ij} = \sum_{i=1}^{c} AC_{ik} = \sum_{k=1}^{c} AC_{ik} \\
= \sum_{j=1}^{b} BC_{jk} = \sum_{k=1}^{c} BC_{jk} = \sum_{i=1}^{a} ABC_{ijk} = \sum_{j=1}^{b} ABC_{ijk} \\
= \sum_{k=1}^{c} ABC_{ijk} = 0
\end{aligned}
$$

Hipotesis yang dapat diuji untuk model ini ialah: tidak terdapat efek faktor-faktor dan tidak terdapat efek interaksi antara faktor-faktor. Dalam bentuk perumusan menjadi:

H_1	:	A_i	$= 0, (i = 1, 2, ..., a)$
H_2	:	B_j	$= 0, (j = 1, 2, ..., b)$
H_3	:	C_k	$= 0, (k = 1, 2, ..., c)$
H_4	:	AB_{ij}	$= 0, (i = 1, 2, ..., a \text{ dan } j = 1, 2, ..., b)$

H_5 : AC_{ik} $= 0$, ($i = 1, 2, ..., a$ dan $k = 1, 2, ..., c$)
H_6 : BC_{jk} $= 0$, ($j = 1, 2, ..., b$ dan $k = 1, 2, ..., c$)
H_7 : ABC_{ijk} $= 0$, ($i = 1, 2, ..., a$; $j = 1, 2, ..., b$ dan $k = 1, 2, ..., c$)

Dengan menggunakan ERJK, yang tidak diberikan di sini, harga-harga F untuk pengujian hipotesis-hipotesis di atas adalah:

$F = A/E$ untuk hipotesis H_1
$F = B/E$ untuk hipotesis H_2
$F = C/E$ untuk hipotesis H_3
$F = AB/E$ untuk hipotesis H_4
$F = AC/E$ untuk hipotesis H_5
$F = BC/E$ untuk hipotesis H_6
$F = ABC/E$ untuk hipotesis H_7

Batas-batas daerah kritis untuk masing-masing pengujian ditentukan oleh taraf signifikansi α yang dipilih dari distribusi F dengan derajat kebebasan yang idambil dari Daftar V (8) sesuai dengan perlakuan masing-masing dipasangkan dengan derajat kebebasan kekeliruan.

Model II (Model Acak)

Bayangkan adanya 3 buah populasi daripada taraf faktor-faktor A, B, dan C. Dari masing-masing populasi tadi sebanyak a taraf faktor A, b taraf faktor B dan c taraf faktor C telah diambil secara acak. Jika semua taraf dari tiap faktor yang telah diambil tadi terdapat di dalam eksperimen yang dilakukan maka diperoleh model acak atau Model II. Asumsi yang berlaku dalam hal Model II ini adalah:

$A_i \sim DNI\left(0, \sigma_A^2\right)$; $B_j \sim DNI\left(0, \sigma_B^2\right)$;
$C_k \sim DNI\left(0, \sigma_C^2\right)$; $AB_{ij} \sim DNI\left(0, \sigma_{AB}^2\right)$;
$AC_{ik} \sim DNI\left(0, \sigma_{AC}^2\right)$; $BC_{jk} \sim DNI\left(0, \sigma_{BC}^2\right)$;
dan $ABC_{ijk} \sim DNI\left(0, \sigma_{ABC}^2\right)$;

Dengan asumsi di atas, maka hipotesis yang dapat diuji adalah:

$H_1 : \sigma_A^2 = 0$; $H_2 : \sigma_B^2 = 0$
$H_3 : \sigma_C^2 = 0$; $H_4 : \sigma_{AB}^2 = 0$
$H_5 : \sigma_{AC}^2 = 0$; $H_6 : \sigma_{BC}^2 = 0$
$H_7 : \sigma_{ABC}^2 = 0$;

Apabila ERJK untuk model ini disusun dan digunakan untuk menentukan harga-harga F, maka semua hipotesis di atas dapat diuji dengan menggunakan:

F = AB/ABC untuk H_4
F = AC/ABC untuk H_5
F = BC/ABC untuk H_6
F = ABC/E untuk H_7

sedangkan untuk H_1, H_2, dan H_3 tidak ada uji eksak yang dapat digunakan.

Derajat kebebasan pembilang dan derajat kebebasan penyebut distribusi F untuk menentukan daerah kritis, masing-masing sama dengan dk pembilang dan dk penyebut tiap perlakuan yang terdapat di dalam rasio F yang dihitung.

Model Campuran (a dan b tetap, c acak)

Model campuran dalam eksperimen *hanya* terdapat a buah taraf faktor A, *hanya* terdapat b buah taraf faktor B dan sebanyak c buah taraf faktor C yang diambil secara acak dari sebuah populasi yang terdiri atas semua taraf faktor C, akan memberikan model campuran dengan a dan b tetap sedangkan c acak. Asumsi yang berlaku untuk hal ini adalah:

$$\sum_{i=1}^{a} A_i = \sum_{j=1}^{b} B_j = \sum_{i=1}^{a} AB_{ij} = \sum_{j=1}^{b} AB_{ij} = \sum_{i=1}^{a} AC_{ik} = \sum_{j=1}^{b} BC_{jk}$$
$$= \sum_{i=1}^{a} ABC_{ijk} = \sum_{j=1}^{b} ABC_{ijk} = 0$$

dengan $C_k \sim DNI\ (0, \sigma_c^2)$

Adapun $\sum_{k=1}^{c} AC_{ik}$, $\sum_{k=1}^{c} BC_{jk}$, dan $\sum_{k=1}^{c} ABC_{jik}$

tidak dimisalkan sama dengan nol.

Untuk menguji hipotesis tidak terdapat efek setiap faktor dan tidak terdapat efek interaksi antar faktor, harga-harga F yang harus dihitung untuk tiap perlakuan dicantumkan dalam Daftar VI ().

Daftar tersebut juga berisikan harga-harga F untuk Model III lainnya, ialah dengan:

a dan c tetap, b acak,

b dan c tetap, a acak.

Asumsi untuk masing-masing kedua model terakhir ini bisa diperoleh dari asumsi di atas dengan jalan mempertukarkan hurf-huruf faktor yang diperlukan. Nampak bahwa semua pengujian ada dan dapat dilakukan secara eksak.

DAFTAR VI (6)
RASIO F UNTUK EKSPERIMEN FAKTORIAL a x b x c
MODEL III (DUA FAKTOR TETAP, SATU FAKTOR ACAK)

Sumber Variasi	Rasio F Untuk		
	a dan b tetap c acak	a dan c tetap b acak	b dan c tetap a acak
Rata-rata	–	–	–
Perlakuan			
A	A/AC	A/AB	A/E
B	B/BC	B/E	B/AB
C	C/E	C/BC	C/AC
AB	AB/ABC	AB/E	AB/E
AC	AC/E	AC/ABC	AC/E
BC	BC/E	BC/E	BC/ABC
ABC	ABC/E	ABC/E	ABC/E
Kekeliruan	–	–	–

Model Campuran (a tetap, b dan c acak)

Model ini akan terjadi apabila di dalam eksperimen yang dilakukannya, si peneliti terlibat dengan:

1) *hanya* sebanyak a buah taraf faktor A.
2) sebanyak b buah taraf faktor B yang telah diambil secara acak dari sebuah populasi terdiri atas semua taraf faktor B, dan
3) sebanyak c buah taraf faktor C yang merupakan sebuah sampel acak dari sebuah populasi yang terdiri atas semua taraf faktor C.

Secara matematik, asumsi di atas dapat dituliskan sebagai:

$$\sum_{i=1}^{a} A_i = \sum_{i=1}^{a} AB_{ij} = \sum_{i=1}^{a} AC_{ik} = \sum_{i=1}^{a} ABC_{ijk} = \sum_{j=1}^{b} ABC_{ijk} = 0$$

$B_j \sim DNI\ (0, \sigma_B^2)$
$C_k \sim DNI\ (0, \sigma_C^2)$ dan $BC_{jk} \sim DNI\ (0, \sigma_{BC}^2)$;

Sedangkan untuk: $\sum_{j=1}^{b} AC_{ik}$, $\sum_{k=1}^{c} AC_{ik}$, $\sum_{j=1}^{b} ABC_{ijk}$ dan $\sum_{k=1}^{c} ABC_{jik}$
tidak dimisalkan berharga nol.

Dengan jalan mempertukarkan huruf-huruf faktor yang diperlukan, maka didapat dua buah lagi model campuran lainnya, ialah apabila:
1) b tetap, a dan c acak
2) c tetap, a dan b acak

Rasio F untuk masing-masing model yang bisa digunakan untuk pengujian hipotesis tidak ada efek tiap faktor dan tidak ada efek interaksi antar faktor, dicantumkan selengkapnya dalam daftar di bawah ini.

DAFTAR VI (7)
Rasio F Untuk Eksperimen Faktorial a x b x c
MODEL III
(SATU FAKTOR TETAP, DUA FAKTOR ACAK)

Sumber Variasi	Rasio F Untuk		
	a tetap b dan c acak	b tetap a dan c acak	c tetap a dan b acak
Rata-rata Perlakuan	–	–	–
A	tak ada uji eksak	A/AC	A/AB
B	B/BC	tak ada uji eksak	B/AB
C	C/BC	C/AC	tak ada uji eksak
AB	AB/ABC	AB/ABC	AB/E
AC	AC/ABC	AC/E	AC/ABC
BC	BC/E	BC/ABC	BC/ABC
ABC	ABC/E	ABC/E	ABC/E
Kekeliruan	–	–	–

Contoh VI (3):

Tabel 1 Hasil Produksi Perlakuan 3 Varietas Kedelai Indonesia, 2 Lokasi Tanam dan 3 waktu tanam (Ton/ha)

	DENA 1 (A1)		DEGA 1 (A2)		GROBOGAN (A3)	
	Tumpang (B1)	Singosari (B2)	Tumpang (B1)	Singosari (B2)	Tumpang (B1)	Singosari (B2)
	2.2	2.7	3	2.8	3.2	2.8
	2.5	2.5	2.9	3.4	2.9	3
JANUARI C1	2.4	2.3	3.4	3.2	2.8	2.9
JUMLAH	7.1	7.5	9.3	9.4	8.9	8.7
	2.1	2.7	2.8	3	2.8	3.2
	2.4	2.4	2.8	3.4	2.8	2.9
FEBUARI C2	2.3	2.6	2.9	3.3	3	3.1
JUMLAH	6.8	7.7	8.5	9.7	8.6	9.2
	2.2	2.3	3.4	3	3.2	3.2
	2.4	2.5	3.2	2.9	3	2.9
MARET C3	2.5	2.4	3.9	3.4	2.4	2.8
JUMLAH	7.1	7.1	9.5	9.3	9.1	8.9
TOTAL	21	22.2	27.3	28.4	26.6	26.8

Untuk menghitung jumlah kuadrat (JK) tiap sumber variasi diperlukan table-tabel berikut :

Tabel axbxc

	DENA 1		DEGA 1		GROBOGAN	
	Tumpang	Singosari	Tumpang	Singosari	Tumpang	Singosari
JANUARI	7.1	7.5	9.3	9.4	8.9	8.7
FEBUARI	6.8	7.7	8.5	9.7	8.6	9.2
MARET	7.1	7	9.5	9.3	9.1	8.4

Tabel axb

	Dena1	Dega1	Grobogan	Jumlah
Tumpang	21	27,3	26,6	74,9
Singosari	22,2	28,4	26,8	77,4
Jumlah	43,2	55,7	53,4	

Tabel axc

	Dena1	Dega1	Grobogan	Jumlah
Januari	14,6	18,7	17,6	56,9
Februari	14,5	18,2	17,8	50,5
Maret	14,1	18,8	18	50,9
Jumlah				152,3

Tabel bxc

	Tumpang	Singosari	Jumlah
Januari	25,3	25,6	56,9
Februari	23,9	26,6	50,5
Maret	25,7	25,2	50,9
Jumlah	74,9	77,4	

Hipotesa :

Varians: (σ^2 A) = 0; (σ^2 B)= 0; (σ^2 C)= 0

(σ^2 AB)= 0; (σ^2 AC)= 0; (σ^2 BC)= 0; (σ^2 ABC)= 0

Tidak ada perbedaan hasil produksi dengan penggunaan macam bibit, lokasi tanam, waktu tanam, interaksi macam bibit dan lokasi tanam, interaksi macam bibit dan waktu tanam, interaksi lokasi tanam dan waktu tanam, interaksi macam bibit dan lokasi tanam serta waktu tanam

Pengolahan data :

$\sum Y^2 = (2,2)^2 + (2,5)^2 +(2,5)^2 +\ldots+ (3,2)^2 + (2,9)^2 + (2,8)^2 =$ 420,75

Ry = $(152,3)^2 / 3x2x3x3 = 429,54$

Jabc = $(7,1)^2 + (6,8)^2+\ldots + (9,2)^2 + (6,9)^2 / 3 - 429,54 == - 284,24$

Jab = $(21)^2 +\ldots+ (26,8)^2 / 3x3 - 429,54 = 11,74$

Jac = $(14,6)^2 +\ldots+ (18)^2 / 2x3 - 429,54 = 4,99$

Jbc = $(25,3)^2 +\ldots+ (25,2)^2 / 3x3 - 429,54 = 0,42$

Ay = $(43,2)^2 + (55,7)^2 + (53,4)^2 / 2x3x3 – 429,54 = 4,92$

By = $(77,9)^2 + (77,4)^2 / 3x3x3 – 429,54 = 0,12$

Cy = $(50,9)^2 + (50,5)^2 + (50,9)^2 / 3x2x3 – 429,54 = - 3,49$

ABy = Jab – Ay –By = 11,74 – 4,92 – 0,12 = 6,7

ACy = Jac – Ay –Cy = 4,99 – 4,92 – (- 3,49) = 3,56

BCy = Jbc – By –Cy = 0,42 – 0,12 – (- 3,49) = 3,79

ABCy = Jabc – Ay – By – Cy – ABy – ACy – BCy

= - 284,24 – 4,92 – 0,12 – (- 3,49) – 6,7 - 3,56 – 3,79

= - 299,84

$Ey = \sum Y^2 - Ry - Ay - By - Cy - ABy - ACy - BCy - ABCy$

$= 420{,}75 - 429{,}54 - 4{,}92 - 0{,}12 - (-3{,}49) - 6{,}7 - 3{,}56 - 3{,}79 -$

$(-299{,}84) = 274{,}7$

Untuk Model Tetap, Semua nilai F hitung diperoleh dari nilai RJK masing-masing perlakuan dibagi dengan nilai RJK kekeliruan. Untuk Model Acak , hanya interaksinya yang bisa diperoleh F hitungnya, yaitu :

F hitung = AB /ABC ; AC /ABC ; BC /ABC ; ABC /E

Tabel 6.6. Analisa Varians

Sumber Variasi	Derajat kebebasan (dk)	Jumla Kuadrat-kuadrat (JK)	Rata-rata Jumlah Kuadrat-kuadrat (RJK)	F hitung Model Teatap	F hitung Model Acak
Rata-rata	1	429,54	429,54		
PERLAKUAN :					
Jenis Bibit (A)	2	4,92	2,46	0,32	
Lokasi Tanam (B)	1	0,12	0,12	0,01	
Waktu Tanam (C)	2	-3,49	-1,75	-0,23	
Interaksi: AB					
AC	2	6,7	3,35	0,44	-0,04
BC	4	3,56	0,89	0,12	-0,01
ABC	2	3,79	1,9	0,25	-0,02
	4	-299,84	-74,96	-9,86	-9,86
Kekeliruan					
	36	274,7	7,6		

Dengan tingkat kepercayaan 95%, dari table F diperoleh :

$F_{0,05}$ Jenis Bibit (A): (2, 36) = 3,26

$F_{0,05}$ Lokasi tanam (B): (1, 36) = 4,11

$F_{0,05}$ Waktu tanam (C): (2, 36) = 3,26

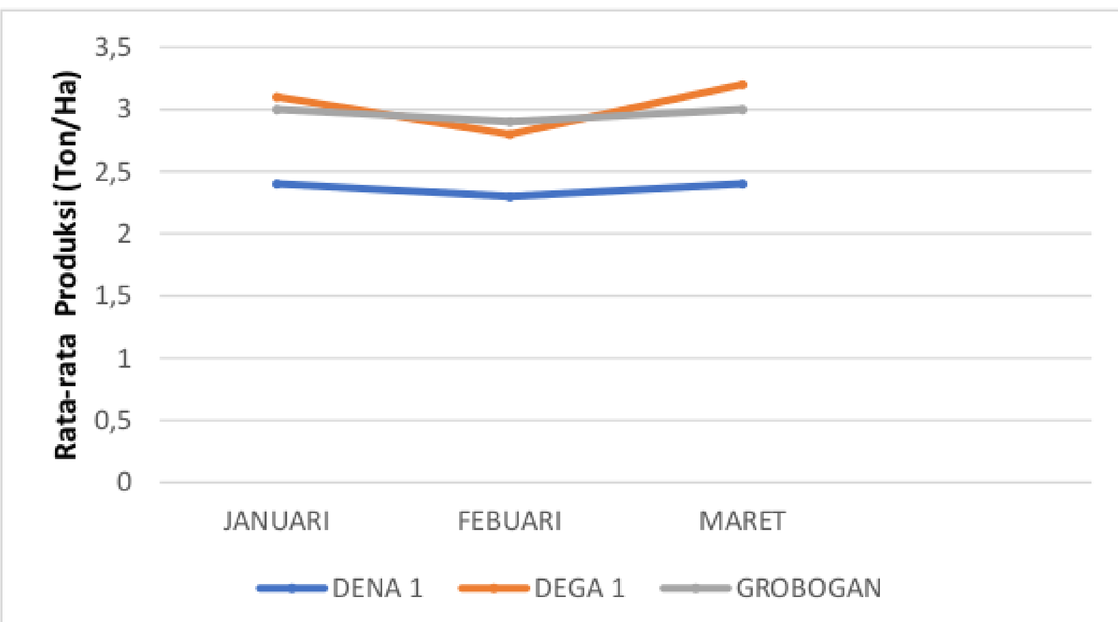
$F_{0,05}$ Interaksi AB : (2, 36) = 3,26

$F_{0,05}$ Interaksi AC : (4, 36) = 2,63

$F_{0,05}$ Interaksi BC : (2, 36) = 3,26

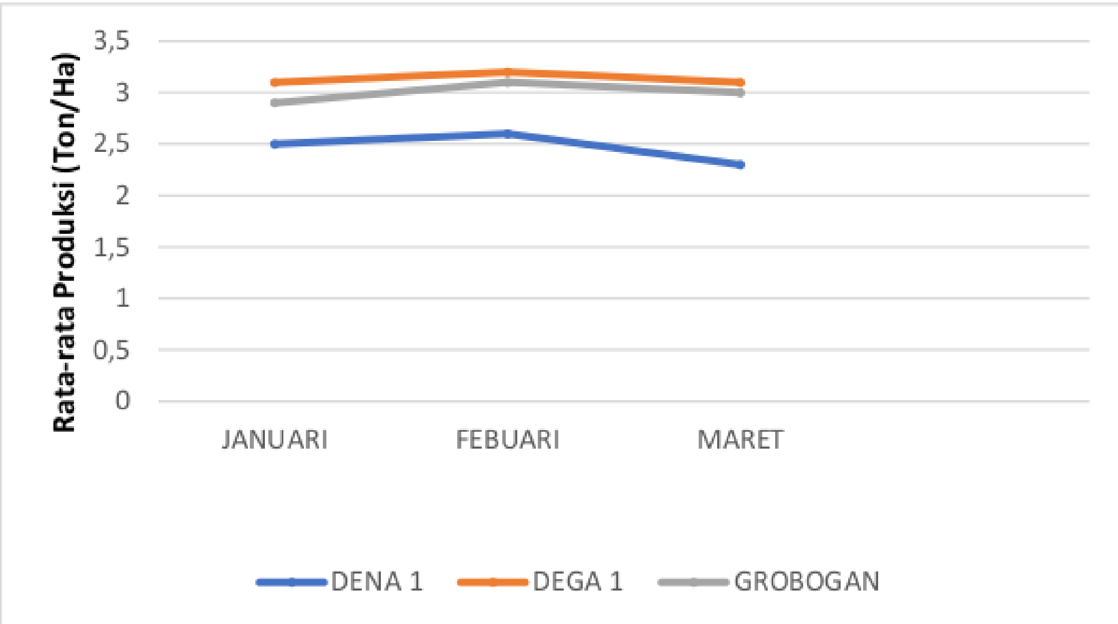
$F_{0,05}$ Interaksi ABC : (4, 36) = 3,26

F hitung < F tabel, hipotesa diterima, artinya tidak ada pengaruh. F hitung > F tabel, hipotesa ditolak, artinya ada pengaruh. Dari Tabel Anava terlihat bahwa semua nilai F hitung < F tabel , maka dapat disimpulkan bahwa Jenis Bibit, Lokasi tanam dan Waktu tanam tidak berpengaruh terhadap hasil produksi begitu juga untuk interaksi antara Jenis Bibit dan Lokasi Tanam, Jenis Bibit dan Waktu Tanam, Serta interaksi antara Jenis Bibit,Lokasi Tanam dan Waktu Tanam tidak berpengaruh terhadap hasil produksi, baik untuk Model Tetap dan Model Acak



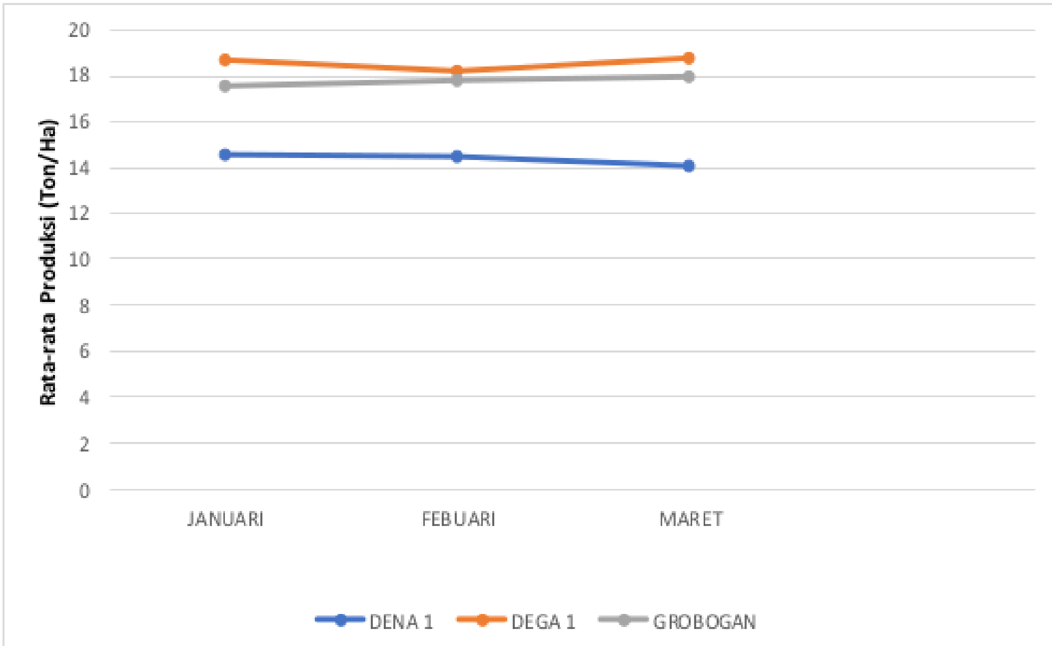
Gambar 1. Hasil Rata-rata produksi (Ton/Ha) di Kecamatan Tumpang

Terlihat pada gambar 1, Jenis Bibit Grobogan menghasilkan produksi yang lebih tinggi dan stabil di Kecamatan Tumpang



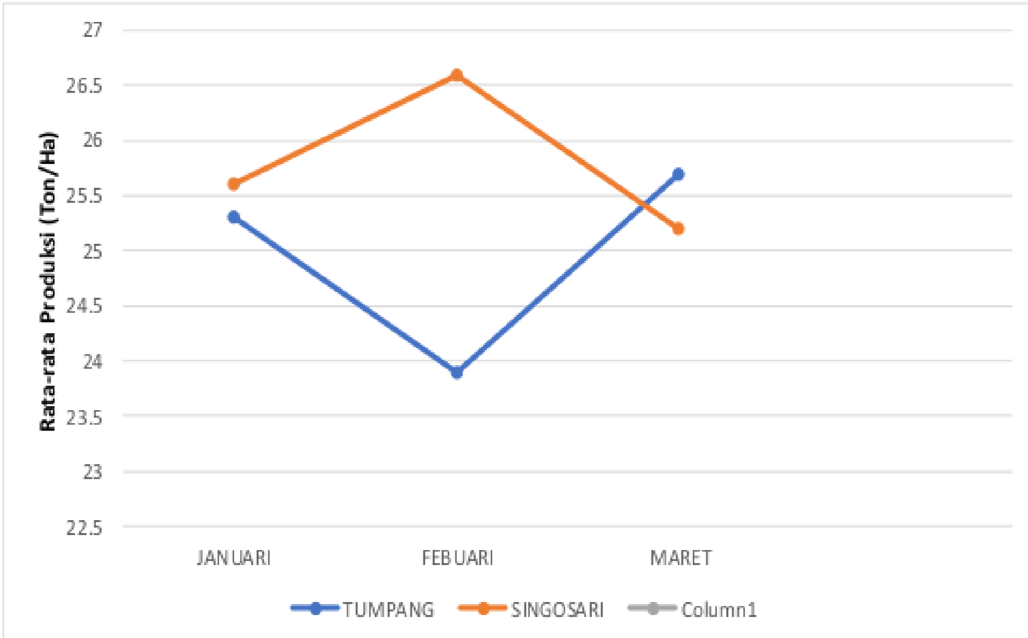
Gambar 2. Hasil Rata-rata produksi (Ton/Ha) di Kecamatan Singosari

Terlihat pada gambar 2, Jenis Bibit Dega 1 menghasilkan produksi yang lebih tinggi dan stabil di Kecamatan Singosari.



Gambar 3. Hasil Rata-rata produksi (Ton/Ha) Pada 3 Waktu Tanam

Terlihat pada gambar 3, Jenis Bibit Dega 1 menghasilkan produksi yang lebih tinggi dan stabil pada 3 Waktu Tanam



Gambar 4. Hasil Rata-rata produksi (Ton/Ha) Pada 2 Lokasi Tanam

Terlihat pada gambar 4, Di Kecamatan Tumpang menghasilkan produksi yang lebih tinggi pada Waktu Tanam bulan Maret. Di Kecamatan Singosari menghasilkan produksi yang lebih tinggi pada Waktu Tanam bulan Februari.

Kesimpulan :

1. Variasi Jenis Bibit kedelai Indonesia, Lokasi Tanam dan Waktu Tanam tidak berpengaruh terhadap hasil produksi yang diperoleh.
2. Interaksi antara Jenis Bibit dan Lokasi Tanam, Jenis Bibit dan Waktu Tanam, tidak berpengaruh terhadap hasil produksi yang diperoleh.
3. Interkasi antara Jenis Bibit, Lokasi Tanam dan Waktu Tanam tidak berpengaruh terhadap hasil produksi yang diperoleh.
4. Semakin banyak faktor yang digunakan maka semakin panjang analisa dan semakin banyak kombinasi perlakuan
5. Sering terbukti bahwa adanya efek interaksi order tinggi (lebih dari 2 faktor), hasilnya jarang signifikan

6. Sebaiknya interakasi perlakuan cukup dilakukan untuk 2 faktor sedangkan untuk 3 faktor atau lebih seluruhnya digabungkan dengan kekeliruan.
7. Jenis Bibit Grobogan menghasilkan produksi yang lebih tinggi (Rata-rata 3,1 ton/ha) di Lokasi Tanam Tumpang
8. Jenis Bibit Dega1 menghasilkan produksi yang lebih tinggi (Rata-rata 3,1 ton/ha) di Lokasi Tanam Singosari
9. Jenis Bibit Dega1 menghasilkan produksi yang lebih tinggi (Rata-rata 18,6 ton/ha) di pada ke 3 waktu tanam
10. Lokasi Tanam di Kecamatan Singosari menghasilkan produksi yang lebih tinggi yaitu 77, 4 ton/ha dibandingkan di Kecamatan Tumpang yaitu 74,9 ton/ha.
11. Di Kecamatan Tumpang produksi yang tinggi terjadi pada waktu tanam bulan Maret, (25,7 ton/ha) dan di Kecamatan Singosari terjadi pada waktu tanam bulan Februari (26,6 ton/ha)

BAB VII
FAKTOR DENGAN TARAF KUALITATIF DAN KUANTITATIF

7.1. PENDAHULUAN

Telah kita pelajari beberapa macam desain disertai cara analisisnya baik yang menyangkut sebuah faktor ataupun lebih. Faktor yang terlibat, umumnya terdiri atas beberapa buah taraf, yang mungkin berbentuk kuantitaitif atau kualitatif. Faktor waktu misalnya, jika eksperimen dilakukan pada 5 menit, 10 menit, dan 15 menit, maka kita berhadapan dengan taraf kuantitatif. Apabila waktu itu dinyatakan dengan cepat, sedang, dan lama misalnya, maka taraf faktor temperatur berbentuk kualitatif. Waktu tanam misal Januari, Februari dan Maret juga merupakan faktor dengan taraf kualitatif.

Di dalam bab ini, cara analisis yang menyangkut faktor-faktor dengan taraf-taraf kuantitatif dan/atau kualitatif akan dibahas. Akan tetapi sebelumnya perlu diuraikan dahulu mengenai regresi lengkung dan polinomial ortogonal yang akan digunakan kemudian.

7.2. REGRESI LINIER

Misalkan bahwa untuk mendapatkan endapan semacam zat, dinyatakan dengan Y, dengan lama waktu mencampur larutan telah ditentukan 6 macam, ialah 5, 8, 11, 14, 17 dan 20 menit. Untuk setiap keadaan dilakukan 3 kali percobaan yang dilakukan secara acak sempurna. Hasilnya, dengan menggunakan volume percobaan yang sama, diberikan seperti pada tabel 7.1 berikut :

Dengan menggunakan Model II (1) dalam Bab II, yakni:

$Yij = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$.......... VII (1)

Tabel 7 (1) Endapan Zat Aktif Permukaan (dalam gram)

	Waktu mencampur (menit)						Jumlah
	5	8	11	14	17	20	
Berat endapan	22 23 20	26 28 29	30 31 29	35 34 34	38 36 34	37 40 38	
Jumlah	65	83	90	103	108	115	564
Rata-rata	21,7	27,7	30	34,3	36	38,3	31,3

Sumber: Sudjana, Desain dan Analisis Eksperimen, 2017 (Dimodif)

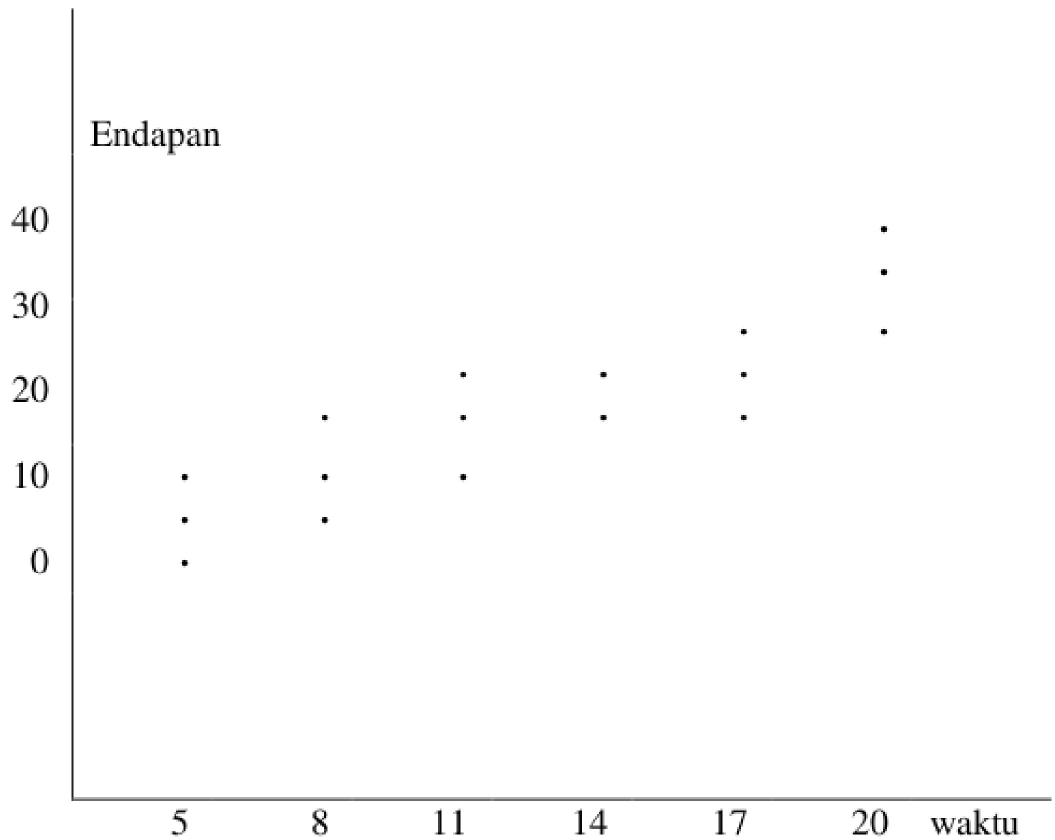
dan ANAVA seperti dicantumkan dalam Daftar III (3), Bab III, kita peroleh daftar berikut.

Tabel 7 (2) Anava untuk Data Dalam tabel 7 (1)

Sumber Variasi	dk	JK	RJK	F
Rata-rata Waktu Kekeliruan	1 5 12	17.672 565,3 24,7	17.672 113,06 2,07	54,88
Jumlah	18	18.262	—	—

Dengan harga F = 54,88 ternyata jelas sangat berarti sehingga waktu mencampur mempunyai pengaruh yang sangat jelas terhadap terjadinya endapan.

Dalam praktek, sering diinginkan untuk dapat memperkirakan atau menaksir endapan yang terjadi apabila lama waktu melakukan pencampuran diketahui. Maka untuk ini perlu ditentukan hubungan antara lama waktu pencampuran, dinyatakan dengan X_j, dengan endapan yang terjadi, dinyatakan dengan Y_{ij}. Untuk melihat bentuk hubungan yang mungkin ada, sebaiknya diagram pencarnya digambarkan. Dengan jalan memperhatikan letak titik-titik dalam diagram pencar yang diperoleh kita bisa memperkirakan apakah hubungannya berbentuk linier (lurus) ataukah non-linier (lengkung). Diagram pencar untuk data dalam Daftar VII (1) dapat dilihat seperti dalam gambar berikut.



Gambar 7 (1)

Memperhatikan letak titik-titik dalam gambar di atas, adanya hubungan linier sudah dapat diduga. Model linier untuk sampel yang merupakan taksiran daripada model linier untuk populasi, adalah:

$Y_x = b_o + b_1X_j$......... VII (2)

dengan Y_x = harga ramalan Y apabila harga X diketahui

b_o = potongan pada sumbu vertikal oleh karena garis regresi

b_1 = koefisien arah garis regresi

Harga-harga bo dan b1 dihitung dari sistem persamaan normal berikut:

$$\begin{cases} \Sigma\,\Sigma\, Y_{ij} = b_o n + b_1 r\, \Sigma\, X_j \\ \Sigma\,\Sigma\, X_i\, Y_{ij} = b_o r\, \Sigma\, X_j + b_1 r\, \Sigma\, X^2_j \end{cases} \quad \text{…. VII (3)}$$

dengan n = banyak observasi keseluruhan sedangkan r = replikasi atau banyak observasi untuk tiap taraf daripada faktor.

Jika harga-harga yang diperlukan dihitung dari Daftar VII (1), ialah:

$\Sigma\,\Sigma\, Y_{ij} = 564$ $\quad\quad$ $\Sigma\, X_j = 5 + 8 + ... + 20 = 75$

$\Sigma\, X^2_j = 5^2 + 8^2 + ... + 20^2 = 1.095$

$\Sigma\,\Sigma\, X_j\, Y_{ij} = 5(22+23+20) + ... +20(37+40+38) = 5.775$

n = 18 dan r = 3,

maka didapat sistem persamaan normal:

$564 = 18b_o + 225b_1$

$7.557 = 225b_o + 3.285b_1$

Setelah diselesaikan didapat b_o = 17,921 dan b_1 = 1,073; sehingga regresinya mempunyai persamaan:

$Y_x = 17{,}921 + 1{,}073\, X_j$

Apabila ke dalam persamaan regresi di atas disubstitusikan harga-harga X_j maka didapatlah rata-rata harga-harga ramalan Y_x. Harga-harga ramalan ini kita bandingkan dengan rata-rata nilai respon untuk melihat berapa jauh adanya penyimpangan harga-harga ramalan dari yang sebenarnya. Daftar berikut berisikan harga-harga dimaksud.

Tabel 7 (3) Penyimpangan Ramalan dengan Model Regresi Linier

X_j	Y_x	$\overline{Y}_j$	$\overline{Y}_j - Y_x$
5	23,3	21,7	1,6
8	26,5	27,7	—1,2
11	29,7	30,0	—0,3
14	32,9	34,3	—1,4
17	36,2	36,0	0,2
20	39,4	38,3	1,1

Untuk melihat apakah penyimpangan ini cukup wajar ataukah tidak, perlu dilakukan pengujian khusus dengan menggunakan ANAVA. Ini bisa dilakukan dengan jalan memecah julah kuadrat-kuadrat sumber variasi perlakuan (dalam hal ini: antar waktu) menjadi JK (regresi linier) dan JK (penyimpangan dari regresi linier). Rumus-rumusnya adalah:

$$\text{JK (regresi linier)} = \text{rb}_1^2 \left\{ \sum X_1^2 - \frac{(\sum X_j)^2}{k} \right\} \ldots.. \text{VII (4)}$$

dengan k = banyak taraf daripada faktor. Derajat kebebasan untuk JK ini sama dengan satu sedangkan dk bagi JK untuk penyimpangan merupakan sisanya.

Dengan harga-harga yang diberikan dan k = 6 kita peroleh JK (regresi linier) $= 3(1{,}073)^2 \left\{1.095 - \frac{(75)^2}{6}\right\}$

= 544,0

JK (penyimpangan) = 565,3 – 544,0 = 21,3

Dengan harga-harga di atas kita peroleh Anava berikut:

Tabel 7 (4) Anava Untuk Regresi Linier

Sumber Variasi	dk	JK	RJK
Antar waktu	5	565,3	
Regresi linier	1	544,0	544,00
Penyimpangan	4	21,3	5,33
Kekeliruan	12	24,7	2,06
Jumlah	17	590,0	—

Harga F untuk regresi linier = $\frac{544,00}{2,06} = 264,08$
dan harga F untuk penyimpangan = $\frac{5,33}{2,06} = 2,59$
Nampak bahwa efek linier sangat berarti sedangkan penyimpangan dari regresi linier sama sekali tidak berarti. Karenanya model non-linier (lengkung) tidak diperlukan.

Jika diperoleh uji penyimpangan yang signifikan, maka regresi lengkung harus dicari.

Beberapa hasil statistik dari ANAVA untuk regresi linier yang dapat dikemukakan adalah:

1) Koefisien korelasi Perason, dinyatakan dengan r, merupakan akar daripada bagian JK yang dimiliki oleh regresi linier. Untuk ANAVA di atas, maka:
   $r^2 = \frac{544,0}{590,0} = 0,9220 \text{ atau } r = 0,96$
   suatu korelasi sangat tinggi yang dapat dijelaskan melalui regresi linier. Maka bentuk regresi lengkung tidak diperlukan.
2) Kekeliruan baku taksiran, dinyatakan dengan $s_{y.x}$, merupakan akar daripada RJK yang didapat apabila JK penyimpangan dari regresi linier digabungkan dengan JK kekeliruan. JK yang dihasilkan dari penjumlahan ini dinamakan JK kekeliruan taksiran. Untuk contoh kita, maka:
   JK (kekeliruan taksiran) = 21,3 + 24,7 = 46,0
   dengan dk = 4 + 12 = 16

Jadi $s_{y.x} = \sqrt{\frac{46,0}{16}} = 1,696$

Penggunaan $s_{y.x}$ misalnya untuk menentukan batas-batas konfidensi koefisien arah dan ramalan.

7.3. REGRESI LENGKUNG

Hasil pengujian dengan ANAVA, Tabel 7 (4), diperoleh bahwa hipotesis tidak terdapat penyimpangan dari regresi linier telah diterima. Jika ternyata hipotesis ditolak, maka regresi linier perlu diganti dengan regresi model lengkung. Cukup banyak macam regresi lengkung, tetapi di sini akan ditinjau secara singkat mengenai regresi order m, dan khususnya regresi order dua atau regresi kuadratik.

Bentuk umum model lengkung order m untuk sampel, adalah:

$$Y_x = b_o + b_1 X_j + \cdots + b_m X_j^m \text{........ VII (5)}$$

dan untuk m = 2, diperoleh model kuadratik

$$Y_x = b_o + b_1 X_j + b_2 X_j^2 \ldots\ldots\ldots \text{VII (6)}$$

(Untuk m =3 diperoleh model kubik, m = 4 model kuartik dan untuk m = 5 merupakan model kuintik; model order yang lebih tinggi pada prakteknya tidak terlalu sering digunakan).

Dalam hal model kuadratik yang digunakan, model seperti dalam Persamaan VII (6), maka koefisien b_o, b_1, dan b_2 dapat dihitung dengan jalan menyelesaikan sistem persamaan normal:

$$\sum\sum Y_{ij} = b_o n \sum X_j + b_1 r \sum X_j + b_2 r \sum X_j^2$$

$$\sum\sum X_j Y_{ij} = b_o r \sum X_j + b_1 r \sum X_j^2 + b_2 r \sum X_j^3$$

$$\sum\sum X_j^2 Y_{ij} = b_o r \sum X_j^2 + b_1 r \sum X_j^3 + b_2 r \sum X_j^4$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ VII (7)}$$

dengan Y_{ij} = variabel respon (nilai pengamatan)

X_j = nilai taraf daripada faktor

$n \quad = \quad$ ukuran sampel

Apabila jarak atau beda nilai antara dua taraf berurutan daripada faktor X sama, (dalam hal ini dikatakan bahwa faktor X *berinterval sama*) maka perhitungan untuk mencari b_o, b_1, dan b_2 dapat disederhanakan dengan jalan menggunakan transformasi

$$u_j = \frac{X_j - \overline{X}}{d}$$

dengan $\overline{X} \quad = \quad$ rata-rata nilai untuk taraf faktor X

$d \quad = \quad$ jarak antara dua nilai taraf yang berurutan (panjang interval taraf)

Sistem Persamaan VII (7) menjadi

$$\sum\sum Y_{ij} = b'_o n \sum X_j + b'_2 r \sum u_j^2$$

$$\sum\sum u_j Y_{ij} = b'_1 r \sum u_j^2$$

$$\sum\sum u_j^2 Y_{ij} = b'_o r \sum u_j^2 + b'_2 r \sum u_j^4$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots \text{VII (8)}$$

dengan b'_o, b'_1, dan b'_2 berasal dari model

$$Y_x = b'_o + b'_1 u_j + b'_2 u_j^2 \ldots\ldots\ldots \text{VII (9)}$$

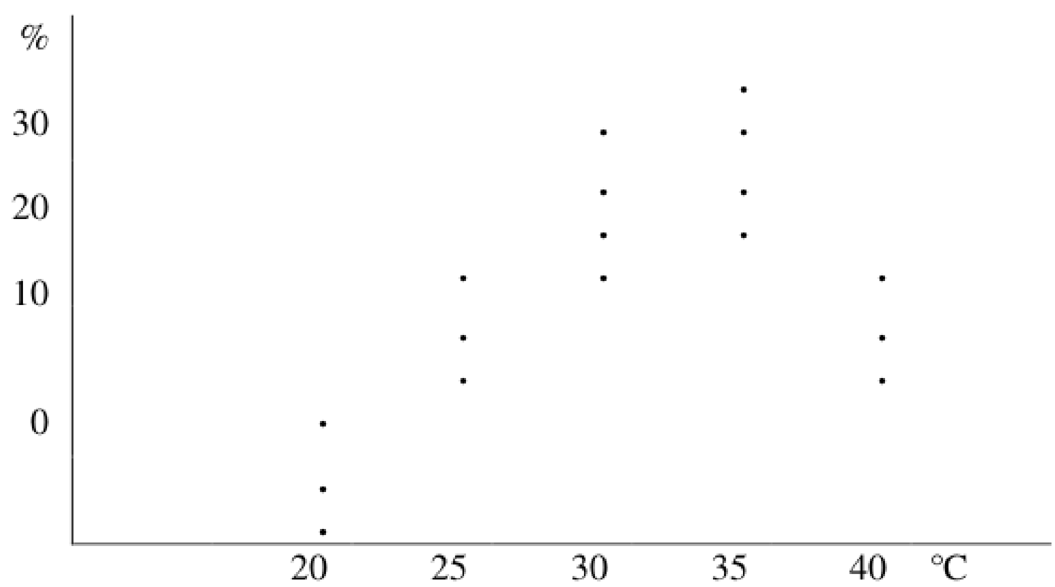
Dengan jalan mengganti kembali u_j dan X_j akan diperoleh model kuadratik dalam X_j dengan Persamaan VII (6).

Contoh VII (2) : Observai secara acak terhadap pengembangan volume semacam zat karena adanya perubahan temperatur .

Tabel 7 (5) Pengembangan Zat Akibat Perlakuan Temperatur

	Temperatur (°C)					Jumlah
	20	25	30	35	40	
Pengembangan	10	18	25	27	23	
(%)	8	16	20	26	20	
	9	16	24	25	18	
	10	15	23	29	20	
Jumlah	37	65	92	107	81	382

Untuk melihat bentuk regresinya, sebaiknya diagram pencarnya digambarkan. Dari grafik di bawah ini nampak adanya kecenderungan bentuk regresi lengkung.



Gambar 7 (2)

Jika regresi kuadratik akan kita tentukan, maka sebaiknya kita gunakan Rumus VII (8) karena taraf-taraf untuk faktor tempertaur (X) berjarak sama (yakni 20, 25, 30, 35, 40). Dengan menggunakan transformasi $u_j = \frac{X_j - 30}{5}$

maka didapat pasangan:

X_j	20	25	30	35	40
u_j	-2	-1	0	1	2

Untuk perhitungan harga-harga yang diperlukan, ialah:

$\Sigma\,\Sigma\, Yij = 382$ n = 20 r = 4

$\Sigma\,\Sigma\, ujYij = (-2)(37) + (1)(65) + (0)(92) + (1)(107) + (2)(81)$

$= 130$

$\Sigma\,\Sigma\, u_j^2 Y_{ij} = (-2)^2(37) + (-1)^2(65) + (0)^2(92) + (1)^2(107) + (2)^2(81)$

$= 644$

$\Sigma\, u_j^2 = (-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (1)^2 + (2)^2 = 10$

$\Sigma\, u_j^4 = (-2)^4 + (-1)^4 + (0)^4 + (1)^4 + (2)^4 = 10$

Mensubstitusikan harga-harga ini ke dalam Rumus VII (8) diperoleh:

$382 = 20\, b'_o + 40\, b'_2$

$130 = 40\, b'_1$

$644 = 40\, b'_o + 136\, b'_2$

Setelah diselesaikan didapat $b'_o = 23{,}38$; $b'_1 = 3{,}25$ dan $b'_2 = -2{,}14$.

Dalam Xj, maka regresi yang sedang dicari adalah:

$Y_x = -73{,}16 + 5{,}79\, X_j - 0{,}09\, X_j^2$.

Apakah model kuadratik di atas dapat digunakan ataukah tidak, masih perlu diselidiki mengenai kemungkinan terjadinya penyimpangan dari bentuk kuadratik. Untuk itu digunakan ANAVA regresi dan perlu ditentukan harga-harga JK untuk sumber-sumber variasi: antar temperatur, regresi linier, kuadratik terhadap linier, penyimpangan dari kuadratik, dan kekeliruan. JK (regresi linier) dapat dihitung dengan Rumus VII (4), tetapi untuk itu perlu dihitung dulu persamaan regresi liniernya; dan ini cukup memakan waktu. Karenanya JK ini bisa juga ditentukan oleh:

$$\text{JK (regresi linier)} = \frac{(\Sigma\,\Sigma\, u_j\, Y_{ij})^2}{r\,\Sigma\, u_j^2} \ldots\ldots. \text{VII (10)}$$

JK (kuadratik terhadap linier) dengan dk = 1 didapat apabila

$\text{JK (regresi linier)} =$

$$r(b_2')^2\,\Sigma\left(u_j^2 - \frac{\Sigma\,u_j^2}{k}\right)^2 + r(b_1')^2\,\Sigma\,u_j^2 \;\ldots\ldots \text{VII}\ (11)$$

dikurangi oleh JK (regresi linier).
JK (penyimpangan dari kuadratik) merupakan sisa dari JK (perlakuan).
Sekarang, JK (antar temperatur) = 422,5

JK (Linier) = $\dfrac{(130)^2}{4(10)} = 422{,}5$

JK (kuadratik) = $4(-2{,}14)^2(14) + 4(3{,}25)^2(10)$
= 256,46 + 422,5 = 678,96
JK (kuadratik terhadap linier) = 678,96 − 422,5 = 256,46
JK (penyimpangan dari kuadratik) = 720,8 − 678,96 = 41,84
JK (kekeliruan) = 43.
Dari hasil-hasil di atas diperoleh daftar ANAVA berikut:

Tabel 7 (6) Anava Regresi Orde 2
Untuk Data Pada Tabel 7 (5)

Sumber Variasi	dk	JK	RJK
Antar temperatur	4	720,8	180
Regresi linier	1	422,5	422,5
Kuadratik terhadap linier	1	256,46	256,46
Penyimpangan	2	41,84	20,92
Kekeliruan	5	43	2,87
Jumlah	19	763,8	–

Jika dilakukan uji F, nampak bahwa efek-efek linier dan kuadratik sangat berarti. Tetapi nampak juga bahwa penyimpangan dari model kuadratik sangat berarti, sehingga model order yang lebih tinggi masih diperlukan. Persamaan dengan order yang lebih tinggi tidak akan ditentukan dengan cara ini tetapi akan digunakan *polinomial ortogonal* yang dijelaskan dalam bagian berikut.

Sementara itu, bagian dari jumlah variasi yang dimiliki oleh model regresi dengan order tertinggi dinamakan indeks korelasi, dinyatakan dengan R^2. Untuk soal di atas, maka

$$R^2 = \frac{678,96}{763,8} = 88,9$$

yang berarti 88,9% dari variasi Y_{ij} dapat dijelaskan oleh X_j melalui regresi order dua.

7.4. POLINOMIAL ORTOGONAL

Dalam Bagian 7(1), waktu mencampur berharga 5, 8, 11, 14, 17, dan 20 dalam menit dan bagian 7(5), perlakuan temperatur dalam derajat Celcius, berbeda sama, ialah 3 dan 5. Penentuan harga-harga X berbeda sama atau *berinterval sama* seperti di atas menberikan keuntungan tertentu, antara lain memudahkan analisis, khususnya untuk analisis regresi, seperti telah kita lihat dari contoh dalam Bagian 7.3. Hal ini disebabkan oleh memungkinkannya dilakukan transformasi dari X ke-u sedemikian sehingga $\Sigma u = 0$ (demikian pula jumlah harga-harga u berpangkat ganjil) yang menyebabkan perhitungan-perhitungan lebih sederhana. Keuntungan ini akan sangat terasa apabila yang harus kita tentukan itu menyangkut kurva dengan persamaannya berorder tinggi seperti diberikan dalam Persamaan VII (5).

Cara penyederhanaan lain dalam usaha menentukan regresi berorder tinggi ialah dengan jalan menggunakan polinomial ortogonal.

Misalkan Y_x sebuah polinomial dalam X yang berorder m dengan persamaan seperti dalam Rumus VII (5). Telah dibuktikan bahwa polinomial demikian dapat ditulis dalam bentuk

$$Y_x = A_o\xi_o + A_1\xi_1 + A_2\xi_2 + \ldots + A_m\xi_m \ldots\ldots \text{VII (12)}$$

dengan koefisien-koefisien A_i ditentukan oleh:

$$A_i = \frac{\Sigma\Sigma Y_{ij}\xi_i}{\Sigma\Sigma\xi_i^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{VII (13)}$$

sedangkan ξ_r sebuah polinomial order r dalam u dengan sifat bahwa ξ_p dan ξ_q merupakan sistem polinomial ortogonal. Sampai dengan order lima dalam u, polinomial ortogonal dimaksud diberikan dalam Persamaan VII (14).
Dengan k menyatakan banyak taraf untuk variabel X sedangkan harga-harga λ ditentukan sedemikian rupa sehingga ξ_r merupakan bilangan bulat untuk semua u.

Untuk keperluan praktek, beberapa harga ξ_r, $\Sigma\xi_r^2$, dan λ dicantumkan dalam Apendiks, Daftar F untuk tiap bentuk polinomial ξ_i, dimulai dari bentuk linier sampai dengan paling tinggi bentuk kuintik (order lima), dengan banyak taraf k = 3, 4, ..., 10.

$$
\begin{cases}
\xi_o = 1 \\
\xi_1 = \lambda_1 u \\
\xi_2 = \lambda_2\left(u^2 - \dfrac{k^2-1}{12}\right) \\
\xi_3 = \lambda_3\left\{u^3 - u(\dfrac{3k^2-7}{20})\right\} \\
\xi_4 = \lambda_4\left\{u^4 - \dfrac{u^2}{14}(3k^2-13) + \dfrac{3}{560}(k^2-1)(k^2-9)\right\} \\
\xi_5 = \lambda_5\left\{u^5 - \dfrac{5u^3}{18}(k^2-7) + \dfrac{u}{108}(15k^4-230k^2+470)\right\}
\end{cases}
$$

.... VII (14)

Harga-harga besaran dalam daftar tersebut telah diturunkan dari rumus-rumus di atas sampai dengan variabel X berskala 10 dengan nilai-nilai yang berinterval sama. Penurunannya tidak diuraikan di sini karena telah keluar dari tujuan penulisan buku ini.

Dari Daftar F tersebut nampak bahwa kita bisa menentukan lebih dari sebuah polinomial untuk tiap k, maka polinomial mana yang berlaku untuk suatu persoalan? Untuk menentukannya, pengujian statistik perlu dilakukan terhadap tiap bentuk polinomial. Setiap polinomial ortogonal membentuk suatu kontras, maka pengujian dapat dilakukan dengan menggunakan sifat-sifat kontras ini. Kita perlu jumlah kuadrat-kuadrat (JK) untuk tiap polinomial yang dapat dihitung dengan rumus:

$$\text{JK (polinomial)} = \frac{\left(\Sigma\Sigma\, Y_{ij}\xi_i\right)^2}{\Sigma\Sigma\, \xi_i^2} \ldots\ldots.\text{VII (15)}$$

sedangkan penjumlahan dilakukan untuk semua j. Selanjutnya daftar ANAVA dapat disusun dan untuk pengujian polinomial, setiap bentuk polinomial mempunyai derajat kebebasan dk = 1.

Contoh VII (2) :

Untuk menjelaskan hal yang telah diuraikan di atas, kita ambil contoh yang datanya diberikan dalam Daftar 7(5). Dalam hal ini kita mempunyai harga-harga X = 20, 25, 30, 35, 40, yang berinterval sama dengan k = 5. Melihat ke dalam Daftar F, dari Apendiks, kita peroleh koefisien-koefisien untuk polinomial ortogonal yang linier, kuadratik, kubik dan kuartik.

Ke dalam daftar tersebut, untuk keperluan perhitungan, juga telah dimasukkan harga-harga $\Sigma\, Y_{ij}$ untuk semua j, yang tiada lain masing-masing sama dengan jumlah tiap kolom untuk data dalam Daftar 7(5)

Tabel 7(7) Perlakuan Temperatur

K	Polinomial	Taraf Variabel X					$\Sigma\xi_i^2$	λ
		20	25	30	35	40		
		Skala X						
		1	2	3	4	5		
5	linier	−2	−1	0	1	2		
	kuadratik	2	−1	−2	−1	2		
	kubik	−1	2	0	−2	1		
	kuartik	1	−4	6	−4	1		
	ΣY_{ij}	37	65	92	107	81		

Jumlah kuadrat-kuadrat (JK) untuk tiap polinomial, dihitung dengan Rumus VII (15), adalah:

$$\text{JK (linier)} = \frac{(-2x37-1x65+0x92+1x107+2x81)^2}{4x10} = 422{,}50$$

$$\text{JK (kuadratik)} = \frac{(\ \ 2x37-1x65-2x92-1x107+2x81\ \ )^2}{4x14} = 257{,}14$$

$$\text{JK (kubik)} = \frac{(-1x37+2x65+0x92-2x107+1x81)^2}{4x10} = 40{,}00$$

$$\text{JK (kuartik)} = \frac{(\ \ 1x37-4x65+6x92-4x107+1x81\ \ )^2}{4x70} = 1{,}16$$

Bila hasil ini, disusun bersama-sama dengan hasil yang diperlukan diambil dari tabel 7(6), kita peroleh daftar ANAVA sebagai berikut:

Tabel 7 (8) Anava Untuk Model Polinomial dengan k = 5 dari tabel 7(7)

Sumber Variasi	dk	JK	RJK	F
Antar temperatur	4	720,8	180,2	
linier	1	422,5	422,5	147,21
kuadratik	1	257,14	257,14	89,60
kubik	1	40	40	13,94
kuartik	1	1,16	1,16	0,40
Kekeliruan	15	43	2,87	
Jumlah	19	763,8	–	

Uji F untuk bentuk-bentuk linier, kuadratik, dan kubik ternyata sangat nyata; sedangkan bentuk kuartik tidak nyata. Ini berarti bahwa model order tiga diperlukan untuk analisis data, dan ini sesuai dengan hasil yang telah dicapai berdasarkan ANAVA dalam Daftar VII (6) yang menyatakan bahwa penyimpangan model dari kuadratik sangat berarti.

Bagaimana bentuk persamaan atau model untuk keperluan prediksi apabila nilai-nilai X diberikan? Untuk ini kita perlu menghitung dulu harga-harga A_1 dengan Rumus VII (13), yang jika dilakukan akan diperoleh:

$$A_o = \frac{\Sigma\Sigma Y_{ij}\xi_i}{\Sigma\Sigma\xi_i^2} = \frac{\Sigma\Sigma Y_{ij}(1)}{\Sigma\Sigma(1)^2} = \frac{\Sigma\Sigma Y_{ij}}{n}$$
$$= \frac{37 + 65 + 92 + 107 + 81}{20} = 19{,}1$$
$$A_1 = \frac{-2x37 - 1x65 + 0x92 + 1x107 + 2x81}{4x10} = 3{,}25$$
$$A_2 = \frac{2x37 - 1x65 - 2x92 - 1x107 + 2x81}{4x14} = -2{,}14$$
$$A_3 = \frac{-1x37 + 2x65 + 0x92 - 2x107 + 1x81}{4x10} = -1$$

Karena model signifikan pada order tiga maka kita cukup menghitung sampai dengan A_3. Masih perlu dicari harga-harga ξ_i (i = 1, 2, 3). Ini didapat dengan menggunakan hubungan-hubungan yang tertera dalam Rumus VII (14). Jelas bahwa $\xi_o = 1$. Selanjutnya, dengan mensubstitusikan k = 5 dan harga-harga λ yang bersesuaian seperti tertera dalam daftar, diperoleh:

$$\xi_1 = 1.\,u$$
$$\xi_2 = 1.\left\{u^2 - \frac{25-1}{12}\right\} = u^2 - 2$$
$$\xi_3 = \frac{5}{6}.\left\{u^3 - u(\frac{75-7}{20})\right\} = \frac{1}{6}(5u^3 - 17u)$$

Model order tiga dalam u, didapat dari Persamaan VII (12), yakni:

$$Y_x = 19{,}1 + 3{,}25u - 2{,}14(u^2 - 2) - \frac{1}{6}(5u^3 - 17u)$$

atau $Y_x = 23{,}38 + 6{,}08u - 2{,}14u^2 - 0{,}83u^3$

Model ini sudah cukup dapat dipakai untuk memperkirakan respon Y apabila X diketahui. Caranya ialah dengan jalan mensubstitusikan u = −2, −1, 0, 1, 2 masing-masing untuk X = 20, 25, 30, 35, 40. Jika persamaan dalam X masih diinginkan, tinggal mengganti u di dalam model yang didapat dengan

$$\frac{X - 30}{5}$$

7.5. SATU FAKTOR KUANTITATIF DAN SATU FAKTOR KULAITATIF

Sekarang kita bahas bagaimana analisis dapat dilakukan apabila persoalan yang kita hadapi mencakup dua buah faktor: satu faktor mempunyai taraf kualitatif sedangkan yang satu lagi bertaraf kuantitatif berinterval sama. Contoh perendaman pupuk dengan selang waktu yang berinterval sama

$Y_{ijk} = \mu + P_i + W_j + PW_{ij} + \epsilon_{k(ij)}$

$i = 1, 2, 3$

$j = 1, 2, 3, 4$

$k = 1, 2, 3, 4$

dengan Y_{ijk} = hasil produksi yang diperoleh dari campuran pupuk ke-k yang ada dalam kelompok ke-i dengan waktu pencapuran ke-j

P_i = efek sebenarnya taraf kualitatif ke-i dari Pencampuran Pupuk

W_j = efek sebenarnya taraf kuantitatif ke-j dari Waktu Pencampuran

PW_{ij} = efek interaksi dikarenakan taraf ke-i Pencampuran Pupuk dan tarf ke-j Waktu Pencampuran

$\epsilon_{k(ij)}$ = efek untuk eksperimen (Pencampuran Pupuk) ke-k dalam kombinasi perlakuan taraf (ij).

μ = efek rata-rata yang sebenarnya.

Setelah 3 bulan dilakukan panen diperoleh hasil panen/produksi, yang datanya dicantumkan di bawah ini (ons/250 m^2.)

Tabel 7 (9) Hasil Produksi Kedelai Dengan Pemberian Campuran Pupuk Dengan Lama Waktu campuran Yang Berbeda

Waktu Pencampuran (W_j)	Pencampuran Pupuk (P_i)		
	Urea+ SP36+KCl (P_1)	Urea+ KCl (P_2)	Urea + SP3 (P_3)
90 menit (P_1)	78 81 74 80	73 69 75 78	75 72 70 69
100 menit (P_2)	79 78 81 79	74 78 79 72	74 70 79 80
110 menit (P_3)	80 82 79 84	78 79 80 74	76 75 80 80
120 menit (P_4)	83 85 90 88	79 80 82 79	80 79 76 82

Sumber : Sudjana, Desain dan Analisis Eksperimen, 2017
(Dimodif)

Untuk menyelidiki efek Pencampuran Pupuk dan Waktu Pencampuran terhadap hasil produksi, kita lakukan ANAVA dua faktor tanpa mempedulikan adanya perbedaan kuantitatif ataupun kualitatif. Agar supaya perhitungan lebih sederhana, setiap data kita kurangai dengan 75. Setelah dilengkapi pula dengan bagian-bagian lain yang diperlukan (lihat Bagian 5.2), hasilnya diberikan di bawah ini.

Tabel 7 (10) Anava Dari Data Dalam Tabel 7 (9) (Disederhanakan)

Waktu	Pupuk			J_{ojo}
	P_1	P_2	P_3	
W_1	3 6 –1 5 (13)	–2 –6 0 3 (–5)	0 –3 –5 –6 (–14)	–6
W_2	4 3 6 4 (17)	–1 3 4 –3 (3)	–1 –5 4 5 (3)	23
W_3	5 7 4 9 (25)	3 4 4 –3 (11)	1 0 5 5 (11)	47
W_4	8 10 15 13 (46)	4 5 7 4 (20)	5 4 1 7 (17)	83
J_{ioo}	101	29	17	J_{ooo} = 147

$\Sigma Y^2 = (3)^2 + 6^2 + (-1)^2 + 5^2 + \ ... + 5^2 + 4^2 + 1^2 + 7^2 = 1.397$

$R_y = (147)^2/(48) = 450{,}19$

W_y = JK (Waktu)

$$= \frac{(-6)^2 + (23)^2 + (47)^2 + (83)^2}{12} - 450{,}19 = 355{,}06$$

P_y = JK (Pupuk)

$$= \frac{(101)^2 + (29)^2 + (27)^2}{16} - 450{,}19 = 258{,}00$$

$$J_{ab} = 1/4\{(13)^2 + (17)^2 + (25)^2 + (46)^2 + (5)^2 + (3)^2 + (11)^2 + (20)^2 + (-14)^2 + (3)^2 + (11)^2 + (17)^2\} - 450{,}19 = 642{,}06$$

PW_y =JK (interaksi antara P dan W)

$$= 642.06 - 355,06 - 258,00 = 29,00$$

$$E_y = 1.397 - 450,19 - 355,06 - 258,00 - 29,00 = 304,75$$

Tabel 7 (11) Anava Hasil Produksi Untuk data pada tabel 7 (10)

Sumber Variasi	dk	JK	RJK	F
Rata-rata	1	450,19	–	
Kelompok K_i	2	258,00	129	15,23
Periode P_j	3	355,06	118,35	13,97
Interaksi KP_{ij}	6	29,00	4,83	0,57
Kekeliruan $\epsilon_{k(ij)}$	36	304,75	8,47	
Jumlah	48	1.397	–	

Nampak bahwa untuk Pupuk Pi diperoleh nilai F = 129/8,47 = 15,23 dan untuk Waktu Pi diperoleh nilai F = 118,35/8,47 = 13,97. Jika dibandingkan dengan nilai F dari daftar ternyata kedua-duanya sangat signifikan. Efek interaksi ternyata sangat nyata.

Ketika melakukan ANAVA untuk desain faktorial di atas, kita tidak memperdulikan adanya kenyataan bahwa satu faktor kualitatif dan satu lagi kuantitatif. Karena pengujian telah menghasilkan efek nyata (malahan sangat nyata) dari waktu dan pupuk terhadap hasil panen, timbul pertanyaan untuk mempelajari lebih lanjut mengenai, misalnya: bagaimana hasil panen berubah-ubah menurut pupuk atau waktu. Malahan, karena waktu bertaraf kuantitatif dan pula berinterval sama, kita bisa menyelidiki lagi bagaimana hasil panen berubah-ubah disebabkan adanya efek linier, kuadratik atau kubik yang mungkin ada bagi faktor waktu yang diberikan. (untuk faktor yang bertaraf kualitataif, efek regresi ini jelas tidak ada).

Sekarang kita lihat, apakah ada efek regresi untuk waktu yang bertaraf kuantitatif itu terhadap hasil produksi. Untuk ini kita gunakan polinomial ortogonal. Dengan k = 4, dari Daftar F diperoleh koefisien-koefisien sebagai berikut:

Polinomial	Skala Waktu				$\Sigma\xi_i^2$	Λ
	1	2	3	4		
Linier	−3	−1	1	3	20	2
Kuadratik	1	−1	−1	1	4	1
Kubik	−1	3	−3	1	20	10/3
J_{ojo}	−6	23	47	83		

Baris terakhir dalam daftar di atas merupakan jumlah nilai pengamatan untuk tiap taraf waktu, yang dicantumkan guna kemudahan analisis. Dengan menggunakan cara yang telah dijelaskan dalam Bagian 7.4 bab ini kita peroleh:

$$\text{JK (linier)} = \frac{\{(-3x-6)+(-1x23)+(1x47)+(3x83)\}^2}{12x20}$$
$$= 352{,}84$$

$$\text{JK (kuadratik)} = \frac{\{(1x-6)+(1x23)+(-1x47)+(1x83)\}^2}{12x4}$$
$$= 1{,}02$$

$$\text{JK (kubik)} = \frac{\{(-1x-6)+(3x23)+(-3x47)+(1x83)\}^2}{12x20}$$
$$= 1{,}20$$

(Catatan: Jika ketiga JK ini dijumlahkan, maka dihasilkan JK (waktu) = 355,06)

Selain daripada efek regresi di atas mungkin saja masih ada interaksi antara efek linier waktu dengan pupuk, efek kuadratik periode dengan pupuk dan efek kubik waktu dengan kelompok. Ini berarti masih perlu dicari jumlah kuadrat-kuadrat untuk W_L x P, W_D x P dan W_T x P, di mana indeks L menyatakan linier, indeks D menyatakan pangkat dua (kuadratik) dan indeks T berarti pangkat tiga atau kubik. Untuk menghitung jumlah kuadrat-kuadrat yang bersangkutan, maka perlu diperhatikan efek setiap regresi pada tiap taraf Waktu Koefisien-koefisien ortogonal polinomial dan jumlah nilai pengamatan untuk tiap taraf kelompok yang diperlukan untuk perhitungan diberikan di bawah ini.

Polinomial	Skala Waktu				$\Sigma\xi_i^2$	λ
	1	2	3	4		
Linier	−3	−1	1	3	20	2
Kuadratik	1	−1	−1	1	4	1
Kubik	−1	3	−3	1	20	10/3
J_{1jo}	13	17	25	46		
J_{2jo}	−5	3	11	20		
J_{3jo}	−14	3	11	17		

Tiga baris terakhir dalam daftar di atas berisikan jumlah nilai pengamatan tiap sel dari data yang dalam Daftar VII (9) dituliskan dalam tanda kurung.

Untuk menentukan JK (W_L x P) perlu dihitung dulu pengaruh polinomial linier terhadap tiap kelompok dengan jalan mengalikan setiap koefisien ortogonal (untuk bentuk linier) dengan jumlah sel yang bersesuaian. Akan diperoleh harga-harga untuk:

K_1 : (−3x13) + (−1x17) + (1x25) + (3x46) = 107
K_2 : (−3x−5) + (−1x3) + (1x11) + (3x20) = 83
K_3 : (−3x−14) + (−1x3) + (1x11) + (3x17) = 101
Jumlah = 291

$$\text{JK } (W_L \text{ x P}) = \frac{(107)^2 + (83)^2 + (101)^2}{4\text{x}20} - \frac{(291)^2}{12\text{x}20} = 3{,}90$$

JK (W_D x K) ditentukan dengan jalan yang sama, hanya sekarang kita harus bekerja dengan koefisien-koefisien ortogonal untuk bentuk kuadratik. Kita peroleh untuk:

K_1 : (1x13) + (−1x17) + (−1x25) + (1x46) = 17
K_2 : (1x−5) + (−1x3) + (−1x11) + (1x20) = 1
K_3 : (1x−14) + (−1x3) + (−1x11) + (1x17) = −11
Jumlah = 7

$$\text{JK } (P_D \text{ x K}) = \frac{(17)^2 + (1)^2 + (-11)^2}{4\text{x}4} - \frac{(7)^2}{12\text{x}4} = 24{,}66$$

Dengan jalan yang sama, JK (W_T x P) dapat dihitung dan untuk ini digunakan koefisien-koefisien bentuk kubik. Terlebih dahulu kita perlukan harga-harga untuk:

K_1	:	(−1x13)	+	(3x17)	+	(−3x25)	+	(1x46)	=	9
K_2	:	(−1x−1)	+	(3x3)	+	(−3x11)	+	(1x20)	=	1
K_3	:	(−1x−14)	+	(3x3)	+	(−3x11)	+	(1x17)	=	7
								Jumlah	=	17

$$\text{JK } (P_T \text{ x K}) = \frac{(9)^2 + (1)^2 + (7)^2}{4x20} - \frac{(17)^2}{12x20} = 0{,}44$$

Perlu diperhatikan bahwa jumlah ketiga JK ini harus sama dengan JK (interaksi KP) = 29,00 seperti yang tercantum pada tabel 7 (10).

Semua hasil perhitungan di atas, dengan harga-harga yang didapat dalam Daftar VII (10), dapat kita susun dalam sebuah daftar ANAVA berikut:

Tabel 7 (12) Anava Hasil Produksi Untuk tabel 7 (10)

Sumber Variasi	dk	JK	RJK
Rata-rata	1	450,19	–
Waktu W	3	355,06	118,35
linier	1	352,84	352,84
kuadratik	1	1,02	1,02
kubik	1	1,20	1,20
Pupuk P	2	258,00	129,00
Interaksi WP	6	29,00	4,83
P x W_L	2	3,90	1,95
P x W_D	2	24,66	12,33
Kx W_T	2	0,44	0,22
Kekeliruan	36	304,75	8,47
Jumlah	48	1.397	–

Ternyata, bahwa kecuali terdapat efek sangat nyata mengenai Pencampuran Pupuk dan Waktu Pencampuran, efek linier sangat nyata.. Tentu saja, jika kita ingin membuat prediksi hasil panen berdasarkan waktu pencampuran , persamaan regresinya perlu ditentukan. Untuk itu, kita perlu harga-harga:

$$A_o = \overline{Y}_{ooo} = \frac{147}{48} = 3{,}06$$

$$A_1 = \frac{(-3x - 6) + (-1x23) + (1x47) + (3x83)}{12x20} = 1{,}21$$

$\xi_o = 1$ dan $\xi_1 = 2u$ (untuk $\lambda_1 = 2$)

Sehingga persamaan regresi linier dalam u adalah

$$Y_u = 3{,}06 + 2{,}42\ u$$

dan jika ditulis dalam waktu pencampuran (dinyatakan dengan X) tinggal mensubstitusikan $u = \frac{X-105}{10}$

ke dalam persamaan di atas dan kemudian ditambah 75. Kita peroleh:

$$Y_x = 52{,}65 + 0{,}242\ X$$

Dari persamaan terakhir ini, prediksi untuk *rata-rata* hasil panen apabila waktu X = 90, 100, 110, 120 diketahui, dapat ditentukan. Bersama dengan rata-rata hasil panen tiap waktu berdasarkan data yang diberikan dalam Tabel 7 (9) kita peroleh perbandingan di bawah ini.

X	Y_x	$\overline{Y}$
90	74,43	74,50
100	76,85	76,92
110	79,27	78,92
120	81,69	81,92

Kolom kedua dan ketiga memperlihatkan pendekatan hasil yang baik sekali

7.6. KEDUA FAKTOR KUANTITATIF

Kita akhiri bab ini dengan membicarakan tentang analisis faktorial yang terdiri atas dua faktor yang kedua-duanya kuantitatif dan berinterval sama. Hal ini akan merupakan perluasan dari semua yang dibicarakan dalam bagian sebelumnya. Setiap faktor dapat kita lakukan pemecahan menjadi bagian-bagian yang memperlihatkan adanya efek-efek linier, kuadratik, kubik, dan seterusnya. Pemecahan demikian akan mengakibatkan kita untuk dapat mempelajari semua kombinasi daripada interaksi antar faktor dalam setiap bentuk regresi. Jadi bukan saja dapat mempelajari efek-efek regresi tersendiri untuk tiap faktor, tetapi juga masalah efek-efek dikarenakan interaksi linier dengan linier, linier dengan kuadratik, linier dengan kubik, kuadratik dengan kuadratik, kuadratik dengan kubik, dan seterusnya.

Dengan menggunakan uji F berdasarkan ANAVA, kita dapat menentukan taraf mana saja (termasuk kombinasinya) di antara faktor atau faktor-faktor yang memberikan sumbangan nyata terhadap nilai-nilai variabel respon.

Untuk jelasnya, kita ambil contoh suatu studi mengenai efek dua macam faktor A dan faktor B terhadap respon Y. Faktor A bertaraf kuantitatif dengan skala: 5, 10, 15, 20 sedangkan faktor B juga bertaraf kuantitatif dengan skala: 0, 5, 10, 15. Respon Y diukur dengan alat ukur tertentu sebagai hasil perlakuan faktor-faktor A dan B. Dalam eksperimen ini, keseluruhannya telah menggunakan 48 unit eksperimen yang penentuannya telah dilakukan secara acak sempurna. Dengan demikian, dalam tiap sel (kombinasi antar faktor bagi tiap taraf) telah dilakukan replikasi sebanyak 3 kali terhadap unit eksperimen yang berbeda. Eksperimen dengan desain faktorial 4x4 ini, karenanya akan mempunyai model:

$$Y_{ijk} = u + A_i + B_j + AB_{ij} + \epsilon_{k(ij)}$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

$$j = 1, 2, 3, 4$$

$$k = 1, 2, 3$$

dengan huruf-huruf yang digunakan sebagaimana ditafsirkan secara umum dalam Baigan 5.2 Bab V. Misalkanlah pengamatan terhadap respon Y menghasilkan data berikut:

Tabel 7 (13) Hasil produksi karena perlakuan Pemberian Pupuk A dan Insektisida B

		FAKTOR B			
		0	5	10	18
FAKTOR A	5	20 30 29	98 128 67	81 44 77	100 84 63
	10	26 16 22	35 80 29	53 93 59	90 103 98

	15	17 18 11	68 49 61	103 59 128	80 91 77
	20	31 38 21	68 74 47	87 116 90	113 86 81

Sumber: Sudjana, Desain dan Analisis Eksperimen, 2017 (dimodif)

Seperti dikatakan dalam bagian yang lalu, mula-mula terhadap data di atas kita lakukan analisis dengan tidak memperdulikan jenis faktor. Untuk keperluan tersebut data di atas perlu dilengkapi dengan harga-harga yang digunakan dalam perhitungan jumlah kuadrat-kuadrat. Hasilnya diberikan dalam tabel berikut.

Tabel 7 (14) Data yang diperlukan untuk anava dari tabel 7 (12)

FAKTOR A	FAKTOR B				J_{ojo}
	0 (B1)	5 (B2)	10 (B3)	15 (B4)	
5 (A_1)	20 30 29 (79)	98 128 67 (293)	81 44 77 (202)	100 84 63 (247)	821
10 (A_2)	26 16 22 (64)	35 80 29 (144)	53 93 59 (205)	90 103 89 (291)	704
15 (A_3)	17 18 11 (46)	68 49 61 (178)	103 59 128 (289)	80 91 77 (248)	761
20 (A_4)	31 38 21	68 74 47	87 116 90	133 86 81	852

	(90)	(189)	(293)	(280)	
J_{ioo}	279	804	989	1.066	J_{ooo}=3.138

Bilangan dalam tanda kurung menyatakan jumlah nilai pengamatan dalam tiap sel.

Untuk keperluan ANAVA, maka perlu dihitung:

$\Sigma Y^2 \quad = (20)^2 + (30)^2 + (29)^2 + \cdots + (113)^2 + (86)^2 + (81)^2$

$= 254.656$

$R_y \quad = (3.138)^2/(48) = 205.146{,}75$

$A_y \quad = \text{JK (faktor A)}$

$$= \frac{(821)^2 + (704)^2 + (761)^2 + (852)^2}{12} - 205.146{,}75$$

$= 1.076{,}75$

$B_y \quad = \text{JK (faktor B)}$

$$= \frac{(279)^2 + (804)^2 + (989)^2 + (1.066)^2}{12} - 205.146{,}75$$

$= 31.414{,}42$

$$J_{ab} \quad = \frac{1}{3}\{(79)^2 + (64)^2 + \cdots + (248)^2 + (280)^2\} - 205.146{,}75$$

$= 38.965{,}25$

$AB_y \quad = \text{JK (interaksi antara A dan B)}$

$= 38.965{,}25 - 1.076{,}75 - 31.414{,}42$

$= 6.474{,}08$

$E_y \quad = 254.656 - 205.146{,}75 - 107{,}5 - 31.414{,}42 - 6.474{,}08$

$= 10.544{,}00$

Semua hasil di atas memberikan daftar ANAVA berikut:

Tabel 7 (14) Anava Respon Y Karena Faktor A dan B
(Untuk Data pada tabel 7 (12)

Sumber Variasi	dk	JK	RJK	F
Faktor A	3	1.076,75	358,92	1,09
Faktor B	3	31.414,42	10.471,47	31,78
Interaksi AB	9	6.474,08	719,34	2,18
Kekeliruan	32	10.544,00	329,50	
Jumlah	47	49.509,25	–	–

Catatan : Karena terhadap sumber variasi rata-rata tidak pernah dilakukan pengujian, maka dalam tabel di atas baris rata-rata tidak dicantumkan. Akibatnya, derajat kebebasan untuk jumlah berkurang dengan satu dan JK (jumlah) berkurang dengan R_y.

Analisis permulaan memperlihatkan bahwa faktor B mempunyai pengaruh yang sangat kuat terhadap respon Y. Faktor A dan interaksi antara A dan B tidak memperlihatkan pengaruh nyata terhadap terjadinya respon Y.

Sekarang kita lanjutkan analisis data di atas dengan memecahkan efek tiap faktor ke dalam efek-efek berbentuk linier, kuadratik dan kubik. Hal ini dimungkinkan oleh karena kedua faktor bertaraf kuantitatif dan berinterval sama. Karena kedua faktor masing-masing bertaraf empat, jadi untuk k = 4, dari Daftar F kita peroleh koefisien-koefisien yang diperlukan sebagai berikut:

Polinomial	Skala Faktor				$\Sigma\xi_i^2$	λ
	1	2	3	4		
linier	−3	−1	1	3	20	2
kuadratik	1	−1	−1	1	4	1
kubik	−1	3	−3	1	20	10/3

Jika kita gunakan koefisien-koefisien ini terhadap jumlah-jumlah untuk tiap tiap taraf faktor A dan faktor B yang bersesuaian, kita peroleh:

$$\mathrm{JK}\ (A_L) = \frac{\{-3(821) - 1(704) + 1(761) + 3(852)\}^2}{12x20} = 93{,}75$$

$$\mathrm{JK}\ (A_D) = \frac{\{1(821) - 1(704) - 1(761) + 1(852)\}^2}{12x4} = 901{,}33$$

$$\mathrm{JK}\ (A_T) = \frac{\{-1(821) + 3(704) - 3(761) + 1(852)\}^2}{12x20} = 81{,}67$$

$$\mathrm{JK}\ (B_L) = \frac{\{-3(279) - 1(804) + 1(989) + 3(1.066)\}^2}{12x20} = 27.088{,}82$$

$$\mathrm{JK}\ (B_D) = \frac{\{1(279) - 1(804) - 1(989) + 1(1.066)\}^2}{12x4} = 4.181{,}33$$

$$\mathrm{JK}\ (B_T) = \frac{\{1(279) + 3(804) - 3(989) + 1(1.066)\}^2}{12x20} = 224{,}27$$

JK (A_L) + JK (A_D) + JK (A_T) = JK (A) = 1.076,75

JK (B_L) + JK (B_D) + JK (B_T) = JK (B) = 31.414,42.

Setiap macam efek regresi di atas (linier, kuadratik, kubik) untuk tiap faktor, dapat diuji untuk mengetahui ada atau tidak adanya kontribusi terhadap respon Y. Derajat kebebasan tiap efek masing-masing sama dengan satu.

Analisis ini masih dapat dilanjutkan untuk mengetahui apakah ada atau tidak ada pengaruh yang nyata dari interaksi tiap macam bentuk regresi. Ini mengarahkan kita agar supaya interaksi A x B dengan derajat kebebasan 9, dipecah menjadi komponen-komponen:

A_L x B_L	A_L x B_D	A_L x B_T
A_D x B_L	A_D x B_D	A_D x B_T
A_T x B_L	A_T x B_D	A_T x B_T

Seluruhnya ada 9 komponen yang masing-masing memiliki dk = 1. Marilah sekarang kita hitung jumlah kuadrat-kuadrat (JK) tiap-tiap komponen.

Perhitungan JK (A_L x B_L):

Buatlah daftar yang banyak barisnya sama dengan banyak skala tiap faktor. Harga-harga koefisien untuk polinomial linier yakni −3, −1, 1, 3, yang didapat dari Daftar F, dicantumkan pada baris dan kolom yang bersesuaian. Lihat daftar di bawah ini.

A (linier)	B (linier)			
	−3	−1	1	3
−3	9 79	3 293	−3 202	−9 247
−3	3 64	1 144	−1 205	−3 291
−3	−3 46	−1 178	1 289	3 248
−3	−9 90	−3 189	3 293	9 280

Tiap sel dalam badan daftar berisikan dua bilangan. Di sudut kiri atas merupakan hasil kali koefisien ortogonal yang terdapat di sebelah kiri dan atas sel yang bersangkutan. Bilangan yang di sudut kanan bawah tiada lain daripada jumlah nilai respon dalam tiap sel kombinasi yang di dalam Daftar VII (13) telah dicantumkan di antara tanda kurung. Jika kedua bilangan tersebut dikalikan kemudian dijumlahkan, kita peroleh kontras:

A_L x B_L = 9(79) + 3(64) − 3(46) − 9(90) + 3(29) + 1(44) − 1(178) − 3(189) − 3(202) − 1(205) + 1(289) +3(293) − 9(247) − 3(291) +3(248) + 9(280)

= 758

$$\mathrm{JK}(A_L \mathrm{x}\ B_L) = \frac{(758)^2}{3(9^2 + 3^2 + (-3)^2 + \ ... + \ 3^2 + 9^2)}$$
$$= 478{,}80$$

Perhitungan JK ($A_{\text{聃}}$ x B_L):

Bentuk daftar seperti di atas, hanya sekarang koefisien ortogonal bentuk linier untuk faktor B harus diganti oleh koefisien ortogonal bentuk kuadratik, ialah: 1, −1, −1, 1. Koefisien untuk faktor A masih tetap −3, −1, 1, 3 karena untuk ini kita masih menggunakan bentuk linier. Jumlah nilai pengamatan dalam tiap sel kombinasi masih tetap sama seperti di atas. Hasilnya ternyata sebagai berikut:

A (linier)	B (linier)			
	1	−1	−1	1
−3	−3 79	3 293	3 202	−3 247
−1	−1 64	1 144	1 205	−1 291
1	1 46	−1 178	−1 289	1 248
3	3 90	−3 189	−3 293	3 280

Harga kontras A_L x B_D adalah
= −3(79) − 1(64) + ... + 1(248) + 3(280)
= −8

Jumlah kuadrat-kuadrat kontras = $(-3)^2 + (1)^2 + (1)^2 + \ldots + (1)^2 + (3)^2$
= 80

$$\text{JK}\ (A_L \text{x } B_D) = \frac{(-8)^2}{3 \text{ x } 80} = 0{,}27$$

Perhitungan JK $(\mathbf{A_L x\ B_T})$:

Dalam daftar seperti di atas, koefisien ortogonal untuk B diganti dengan koefisien kubik, ialah: −1, 3, −3, 1. Karena jumlah nilai pengamatan dalam tiap sel selalu sama seperti dengan yang sudah-sudah, untuk menyingkat penulisan, tidak lagi jumlah-jumlah tersebut dicantumkan di dalam daftar. Jadi untuk selanjutnya daftar yang dibuat hanyalah berisikan koefisien-koefisien kontras.

A (linier)	B (kubik)			
	−1	3	−3	1
−3	3	−9	9	−3
−1	3	−3	3	−1
1	−1	3	−3	1
3	−3	9	−9	3

Jumlah kuadrat-kuadrat koefisien kontras = 400

Nilai kontras A_L x B_T = 3(79)) + 1(64) + ... + 1(248) + 3(280)
= 1.864

$$\text{JK } (A_L \text{x } B_T) = \frac{(-1.864)^2}{3 \text{ x } 400} = 2.895{,}41$$

Perhitungan JK (A_D x B_L):

Koefisien-koefisien yang diperlukan tercantum di dalam daftar di bawah ini:

A (kuad)	B (linier)			
	−3	−1	1	3
1	−3	−1	1	3
−1	3	1	−1	−3
−1	3	1	−1	−3
1	−3	−1	1	3

Jumlah kuadrat-kuadrat koefisien kontras = 80

Nilai kontras A_D x B_L = −3(79) + 3(64) +...+ (−3)(248) + 3(280)
= −372

$$\text{JK } (A_D \text{x } B_L) = \frac{(-372)^2}{3 \text{ x } 80} = 576{,}60$$

Perhitungan JK (A_D x B_D):

Koefisien-koefisien yang perlu adalah seperti di bawah ini:

A (kuad)	B (kuadratik)			
	1	−1	−1	1
1	1	−1	−1	1
−1	−1	1	1	−1
−1	−1	1	1	−1
1	1	−1	−1	1

Jumlah kuadrat-kuadrat koefisien kontras = 16

Nilai kontras A_D x B_D = 1(79) − 1(64) +...+ (−1)(248) + 1(280)
= −144

$$\text{JK}\ (A_D \text{x}\ B_D) = \frac{(-144)^2}{3\ \text{x}\ 16} = 270{,}75$$

Perhitungan JK (A_D x B_T):

Koefisien-koefisien dalam sel adalah seperti berikut:

A (kuad)	B (kubik)			
	1	−1	−1	1
1	−1	3	−3	+1
−1	1	−3	3	−1
−1	1	−3	3	−1
1	−1	3	−3	+1

Jumlah kuadrat-kuadrat koefisien kontras = 80

Nilai kontras A_D x B_T = −1(79) + 1(64) +...+ 1(248) + 1(280)
= 406

$$JK\ (A_D \times B_T) = \frac{(406)^2}{3 \times 80} = 686{,}82$$

Perhitungan JK (A_T x B_L):

Koefisien-koefisien yang perlu adalah:

A (kubik)	B (linier)			
	−3	−1	1	3
−1	3	1	−1	−3
3	−9	−3	3	9
−3	9	3	−3	−9
1	3	−1	1	3

Jumlah kuadrat-kuadrat koefisien kontras = 400

Nilai kontras A_T x B_L = 3(79) − 9(64) +...+ (− 9)(248) + 3(280)
= 336

$$JK\ (A_T \times B_L) = \frac{(336)^2}{3 \times 400} = 94{,}08$$

Perhitungan JK (A_T x B_D):

Koefisien-koefisien yang membentuk kontras adalah:

A (kubik)	B (kuadratik)			
	1	−1	−1	1
−1	−1	1	1	−1
3	3	−3	−3	3
−3	−3	3	3	−3
1	1	−1	−1	1

Jumlah kuadrat-kuadrat koefisien kontras = 80

Nilai kontras A_T x B_D = −1(79) + 3(64) +...+ (−3)(248) + 1(280)
= 594

$$\text{JK}\ (\text{A}_\text{T} \text{x B}_\text{D}) = \frac{(594)^2}{3 \text{ x } 80} = 1.470,15$$

Perhitungan JK (A_T x B_T):

Koefisien-koefisien yang membentuk kontras adalah:

A (kubik)	B (kubik)			
	−1	3	−3	1
−1	1	−3	−3	−1
3	−3	9	−9	3
−3	3	−9	9	−3
1	−1	3	−3	1

Jumlah kuadrat-kuadrat koefisien kontras = 400

Nilai kontras A_T x B_T = 1(79) − 3(64) +...+ (−3)(248) + 1(280)
= −38

$$\text{JK}\ (\text{A}_\text{T} \text{x B}_\text{T}) = \frac{(-38)^2}{3 \text{ x } 400} = 1,20$$

Semua hasil perhitungan di atas, bersama pula dengan hasil dalam Daftar VII (14), dapat disusun dalam sebuha daftar ANAVA yang lengkap. Hasilnya seperti tertera dalam Daftar VII (15).

Tabel 7 (15) Anava Untuk Reson Karena Faktor A & Faktor

Sumber Variasi	dk	JK		RJK	F
Faktor A	3	1.076,75			
A lin	1		93,75	93,75	0,28
A kuad	1		901,33	901,33	2,74
A kub	1		81,67	81,67	0,25
Faktor B	3	31.414,42			
B lin	1		27.008,82	27.008,82	81,97
B kuad	1		4.181,33	4.181,33	12,69
B kub	1		224,27	224,27	0,68
Interaksi AxB	9	6.474,08			
A_L x B_L	1		478,80	478,80	1,45
A_L x B_D	1		0,27	0,27	0,00
A_L x B_T	1		2.895,41	2.895,41	8,79
A_D x B_L	1		576,60	576,60	1,75
A_D x B_D	1		270,75	270,75	0,82
A_D x B_T	1		686,82	686,82	2,08
A_T x B_L	1		94,08	94,08	0,29
A_T x B_D	1		1.470,15	1.470,15	4,46
A_T x B_T	1		1,20	1,20	0,00
Kekeliruan	32	10.544,00		329,50	
Jumlah	47	49.509,25			

Dengan menggunakan uji F dan membandingkan dengan harga-harga F dari Daftar D, nampak bahwa terdapat pengaruh nyata faktor interaksi A_T x B_D, pengaruh sangat nyata dari faktor B yang berbentuk linier dan kuadratik dan pengaruh sangat nyata dari faktor ineraksi A_L x B_T.

Meskipun tidak terdapat pengaruh nyata faktor A terhadap respon Y, akan tetapi ada pengaruh sangat nyata sebagai akibat interaksi antara komponen pangkat tiga faktor B dengan komponen linier faktor A. Ini dapat ditafsirkan bahwa perubahan linier dalam faktor A mengakibatkan trend berbentuk kubik yang berbeda-beda disebabkan karena faktor B.

Demikian pula kita masih mempunyai efek nyata sebagai akibat interaksi antra komponen kubik faktor A dengan komponen kuadratik faktor B.

Berarti bahwa perubahan kuadratik dalam faktor B menghasilkan trend-trend kubik yang berlainan dikarenakan faktor A.

Analisis yang telah dijelaskan, dengan mudah dapat diperluas untuk analisis desain faktorial berorder lebih tinggi, apabila sebuah atau lebih daripada faktor bertaraf kuantitatif. Analisis akan lebih mudah apabila nilai-nilai kuantitatif berinterval sama.

Meskipun pada dasarnya kita dapat melakukan perhitungan semua jumlah kuadrat-kuadrat untuk semua faktor termasuk interaksinya, namun dalam penafsirannya akan menghadapi kesulitan apabila kita sudah terlibat dalam interaksi polinomial berorder tinggi. Karenanya, dalam praktek sering cukup di analisis hanya sampai dengan interaksi antara linier dengan kuadratik. Sisanya sering dimasukkan saja ke dalam bagian yang disebut interaksi residual.

TEORI DAN APLIKASI DESAIN EKSPERIMEN

ORIGINALITY REPORT

14%	14%	0%	0%
SIMILARITY INDEX	INTERNET SOURCES	PUBLICATIONS	STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	fr.scribd.com Internet Source	7%
2	publishing-widyagama.ac.id Internet Source	4%
3	www.iaeme.com Internet Source	3%

Exclude quotes	On	Exclude matches	< 3%
Exclude bibliography	On		